

ใบความรู้ที่ 2

อัตราส่วนที่เท่ากัน

รถยนต์คันหนึ่งวิ่งด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

อัตราส่วนของเวลาที่ใช้วิ่ง(ชั่วโมง) ต่อระยะทาง(กิโลเมตร) เป็นดังนี้

$$1 : 60, 2 : 120, 3 : 180, 4 : 240, 5 : 300, \dots$$

อัตราส่วนทั้งหมดเป็นอัตราส่วนที่แสดงอัตราเดียวกัน เรียกอัตราส่วนดังกล่าวว่า **อัตราส่วนที่เท่ากัน**

ซึ่งเขียนได้ดังนี้ $1 : 60 = 2 : 120 = 3 : 180 = 4 : 240 = 5 : 300$

$$\text{หรือ} \quad \frac{1}{60} = \frac{2}{120} = \frac{3}{180} = \frac{4}{240} = \frac{5}{300}$$

หลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน มีดังนี้

หลักการคูณ เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

หลักการหาร เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $7 : 9$ มาอีก 2 อัตราส่วนโดยใช้หลักการคูณ

$$\text{วิธีทำ} \quad 7 : 9 = \frac{7}{9} = \frac{7 \times 2}{9 \times 2} = \frac{14}{18}$$

$$7 : 9 = \frac{7}{9} = \frac{7 \times 3}{9 \times 3} = \frac{21}{27}$$

ดังนั้น อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $7 : 9$ คือ $14 : 18$ และ $21 : 27$

ตอบ $14 : 18$ และ $21 : 27$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาอัตราส่วนที่เท่ากันอัตราส่วน $\frac{122}{180}$ มาอีก 2 อัตราส่วนโดยใช้หลักการหาร

$$\text{วิธีทำ} \quad \frac{122}{180} = \frac{122 \cdot 2}{180 \div 2} = \frac{61}{90}$$

$$\frac{122}{180} = \frac{122 \cdot 10}{180 \div 10} = \frac{12.2}{18}$$

ดังนั้น อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $\frac{122}{180}$ คือ $\frac{61}{90}$ และ $\frac{12.2}{18}$

ตอบ $\frac{61}{90}$ และ $\frac{12.2}{18}$

หมายเหตุ

มีอัตราส่วนบางอัตราส่วนที่เราไม่สามารถนำอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนนั้นมาใช้ได้ เพราะเมื่อนำมาใช้แล้ว จะทำให้ความหมายผิดไป เช่น จากข้อความ “ภารตกรแข่งเทนนิสชนะ 3 ต่อ 2 เซต” เมื่อนำมาเขียนในรูปอัตราส่วน จะได้ดังนี้

อัตราส่วนของจำนวนเซตที่ภารตกรชนะต่อจำนวนเซตที่ภารตกรแพ้เป็น 3 : 2 เซต

ถ้าเราหาอัตราส่วนที่เท่ากับ 3 : 2 ได้เป็น 6 : 4 ก็ไม่ได้หมายความว่า ในการแข่งขันเทนนิส 10 เซต ภารตกรจะต้องชนะ 6 เซต และแพ้ 4 เซต

การตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนโดยใช้การคูณไขว้

โดยทั่วไปเราสามารถตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วน $\frac{a}{b}$ กับ $\frac{c}{d}$ ด้วยการคูณไขว้

$$\frac{a}{b} \quad \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \nearrow \quad \nwarrow \end{array} \quad \frac{c}{d}$$

แล้วพิจารณาผลคูณไขว้ $a \times d$ และ $b \times c$ ตามหลักการดังนี้

1. ถ้า $a \times d = b \times c$ แล้ว $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

2. ถ้า $a \times d \neq b \times c$ แล้ว $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$

สรุปได้ว่า $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ แล้ว $a \times d = b \times c$

ตัวอย่าง

$$\frac{20}{12} = \frac{20 \times 27}{12 \times 27} \quad \left(\text{จำนวน } 27 \text{ ที่นำมาคูณเป็นจำนวนหลังของอัตราส่วน } \frac{45}{27} \right)$$

$$\text{และ } \frac{45}{27} = \frac{45 \times 12}{27 \times 12} \quad \left(\text{จำนวน } 12 \text{ ที่นำมาคูณเป็นจำนวนหลังของอัตราส่วน } \frac{20}{12} \right)$$

เนื่องจาก $12 \times 27 = 27 \times 12$

จึงตรวจสอบว่า $20 \times 27 = 45 \times 12$ หรือไม่

เนื่องจาก $20 \times 27 = 540$ และ $45 \times 12 = 540$

ดังนั้น $20 \times 27 = 45 \times 12$

จึงสรุปได้ว่า $\frac{20}{12}$ กับ $\frac{45}{27}$ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ให้สังเกตว่า $20 \times 27 = 45 \times 12$ ได้มาจากการคูณไขว้ ดังแผนภาพ

$$\frac{20}{12} \quad \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \nearrow \quad \nwarrow \end{array} \quad \frac{45}{27}$$

ซึ่งผลคูณไขว้ $20 \times 27 = 45 \times 12$ ข้างต้นนี้ ทำให้เราสรุปได้ว่า

อัตราส่วน $\frac{20}{12}$ และ $\frac{45}{27}$ เท่ากัน