ใบความรู้ที่ 1

สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

นิยาม1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ สมการที่มีตัวแปรหรือตัวไม่ทราบค่า (unknow) และเลขชี้กำลังของตัวแปรเป็น 1 ตัวแปรอาจปรากฏเพียงข้างใดข้างหนึ่งของเครื่องหมาย " = " หรือ ปรากฏทั้งสองข้างแต่เมื่อจัดรูปให้อยู่ในรูปผลสำเร็จโดยมี x เป็นตัวแปร a , b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ จะอยู่ในรูปแบบสมการเป็น

$$ax + b = 0$$

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จะมีค่าคำตอบเพียงค่าเดียวเท่านั้น คือ จำนวนที่เมื่อนำไปแทนค่าตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการนั้นเป็นจริง บางครั้งจะเรียกคำตอบของสมการว่า ***รากของสมการ***

คำสั่งของโจทย์ประเภทนี้มักใช้คำว่า จงแก้สมการ จงหาค่า x (ตัวแปรในสมการ) จงหารากของสมการหรือจงหารคำตอบของสมการ

สมการ 2 สมการจะสมมูลกันก็ต่อเมื่อคำตอบของสมการ ทั้งสองต้องเท่ากัน

1. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ต้องอาศัยสมบัติการเท่ากันของจำนวนที่ว่า จำนวน 2 จำนวน ที่เท่ากันเมื่อเพิ่มหรือตัดออกเท่ากันย่อมเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาคำตอบของสมการ $2x - 6 = 8$

วิธีทำ จากสมการ $2x - 6 = 8$

จะได้ $2x - 6 + 6 = 8+6$ (นำ 6 ไปบวกทั้งสองข้าง)

$2x = 14$

จะได้

$\frac{1}{2}.2x = 14.\frac{1}{2}$ (นำ $\frac{1}{2}$ ไปคูณทั้งสองข้าง)

$(1)x = 7$

$x = 7$ นั่นคือ $x = 7$

ข้อแนะนำในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีดังนี้

1. ทำให้เป็นผลสำเร็จโดยการจัดให้ตัวแปรและค่าคงตัวอยู่คนละข้างของเครื่องหมาย " = "

ตัวอย่างเช่น $3x + 4 = 10$

$3x + 4 - 4 = 10 - 4$ (นำ 4 ลบออกทั้งสองข้าง)

$3x = 6$

$\frac{1}{3}.3x = \frac{1}{3}.6$ (นำ $\frac{1}{3}$ ลบออกทั้งสองข้าง)

ดังนั้น $x = 2$

2. ถ้าพบวงเล็บในสมการ เช่น ( ) . [ ] หรือ { } ต้องถอดวงเล็บทิ้งไป โดยถอดที่ละวงเล็บ และต้องระมัดระวังอย่างยิ่งหน้าวงเล็บใดมีเครื่องหมาย ."-" เมื่อถอดวงเล็บออกแล้วต้องเปลี่ยนเครื่องหมายทุกจำนวนภายในวงเล็บนั้นเป็นจำนวนตรงข้าม

ตัวอย่างเช่น $1+2\{5 - (3x - 2)\} = 3$

จะได้ $1+2\{5 - (3x - 2)\} - 1 = 3 - 1$ (นำ 1 ลบออกทั้งสองข้าง)

$2\{5 - 3x + 2\} = 2$ อย่าลืม ! เปลี่ยนเครื่องหมาย

$\frac{1}{2}.2\{7-3x\} = 2.\frac{1}{2}$ (นำ $\frac{1}{2}$ คูณทั้งสองข้าง)

$7-3x=1$

$7 - 3x - 7 = 1 - 7$ (นำ 7 ลบออกทั้งสองข้าง)

$-\left(\frac{1}{3}\right).-3x = -6\left(-\frac{1}{3}\right)$ (นำ $-\frac{1}{3}$ คูณทั้งสองข้าง)

ดังนั้น $x = 2$

3. การแก้สมการเมื่อจำนวนในสมการส่วนมากอยู่ในรูปเศษส่วน

จะไม่สะดวกในการทำให้เป็นผลสำเร็จ อาจทำให้ “ส่วน” หมดไปโดยการนำ ค.ร.น. ของส่วนทั้งหมดคูณตลอดสมการนั้น

ตัวอย่างเช่น

$$\frac{3x-1}{2}+\frac{x-1}{3}=\frac{1-x}{4}-\frac{x-2}{12}$$

ค.ร.น. ของ 2, 3, 4 และ 12 คือ 12 คูณตลอด จะได้ ;

$$12.\frac{3x-1}{2}+12.\frac{x-1}{3}=12.\frac{1-x}{4}-12.\frac{x-2}{12}$$

$$18x-6+4x-4=3-3x-x+2$$

$$22x-10=5-4x$$

$$22x-10+10+4x=5-2x+10+2x \qquad (\text{นำ} 10+2x \text{ บวกทั้งสองข้าง})$$

$$26x=15$$

$$\frac{1}{26}.26=15.\frac{1}{26} \qquad (\text{นำ } \frac{1}{24} \text{ คูณทั้งสองข้าง})$$

ดังนั้น $x=\frac{15}{26}$

ตัวอย่างเช่น

$$\frac{2x+1}{3}=\frac{x-2}{4}$$

$$4(2x+1)=3(x-2) \qquad (\text{เป็นการนำ ค.ร.น.ของส่วน คือ 12 คูณตลอด})$$

$$8x-4=3x-6$$

$$8x-3x=-6-4$$

$$5x=-10$$

ดังนั้น $x=\frac{-10}{5}=-2$

ในบางกรณีที่มีเศษส่วนบางจำนวนไม่มากนัก อาจไม่ต้องนำ ค.ร.น. คูณตลอด

ตัวอย่างเช่น

$$\frac{3}{4}x+5=23$$

$$\frac{3}{4}x=23-5$$

ดังนั้น $x=18.\frac{4}{3}=24$

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $2(5x-8)-7=4(1-2x)-3(x+2)$

วิธีทำ จาก $2(5x-8)-7=4(1-2x)-3(x+2)$

$$10x-16-7=4-8x-3x-6$$

$$10x-23=-2-11x$$

$$10x+11x=23-2$$

$$21x=21$$

ดังนั้น $x=1$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 จงหารากของสมการ $2(x-1.2)+3(x+1.5)=4.1$

วิธีทำ $2(x-1.2)+3(x+1.5)=4.1$

$$2x-2.4+3x+4.5=4.1$$

$$5x+2.1=4.1$$

$$5x=2$$

ดังนั้น $x=\frac{2}{5}=0.4$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของสมการ $\frac{4x-2}{3}-\frac{3(x+1)}{2}=1-\frac{x-1}{4}$

วิธีทำ $\frac{4x-2}{3}-\frac{3(x+1)}{2}=1-\frac{x-1}{4}$

นำ ค.ร.น. ของ 3, 2 และ 4 คือ 12 คูณตลอด จะได้;

$$12.\frac{4(x-2)}{3}-12.\frac{3(x+1)}{2}=12-12.\frac{x-1}{4}$$

$$16(x-2)-18(x+1)=12-3(x-1)$$

$$16-32-18x-18=12-3x+3$$

$$-20x-50=15-3x$$

$$3x-2x=15+50$$

ดังนั้น $x=65$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $\frac{3}{4}(1-x)+\frac{2}{3}(x-1)=\frac{1}{5}(x+2)$

วิธีทำ $\frac{3}{4}(1-x)+\frac{2}{3}(x-1)=\frac{1}{5}(x+2)$

นำ ค.ร.น. ของ 4, 3, 5 คือ 60 คูณตลอด จะได้;

$$45(1-x)+40(x-1)=12(x+2)$$

$$45-45x+40x-40=12x+24$$

$$5-5x=12x+24$$

$$-5x-12x=24-5$$

$$-17x=19$$

ดังนั้น $x=-\frac{19}{17}$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการ $\frac{x}{2}-3=\frac{1}{4}(x-1)-\frac{2}{3}(1-\frac{x}{2})$

วิธีทำ $\frac{x}{2}-3=\frac{1}{4}(x-1)-\frac{2}{3}(1-\frac{x}{2})$

นำ ค.ร.น. ของส่วน (2, 4, 6) คือ 12 คูณตลอด จะได้;

$$6x-36=3(x-1)-8(1-\frac{x}{2})$$

$$6x-36=3x-3-8+4x$$

$$6x-36=3x-3-8+4x$$

$$6x-7x=36-11$$

$$-x=25$$

ดังนั้น $-x=25$ **ตอบ**