ใบความรู้ เรื่อง เมตริกซ์

เมตริกซ์(Matrix)

การเขียนจำนวนตัวเลขอาจเขียนในรูปแบบเฉพาะที่ตัวเลขแต่ละตัวมีตำแหน่งแน่ชัด เป็นกลุ่มเรียงแถวและหลักอย่างเป็นระเบียบ เรียกกลุ่มตัวเลขนี้ว่าเมตริกซ์ สามารถสร้างให้กระทำเป็นระบบสอดคล้องกันโดยกำหนดคุณสมบัติและการกระทำได้ด้วย การบวก ลบ คูณและส่วนกลับ นอกจากนี้นำไปคำนวณในลักษณะเฉพาะที่เรียกว่า ดีเทอร์มิแนนท์ ปฏิบัติการเชื่อมโยงกันและนำไปประยุกต์ใช้แก้ระบบสมการเชิงเส้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เมตริกซ์(Matrix)

กลุ่มของตัวเลขหรือจำนวนที่เขียนเรียงกันเป็นแถวหรือหลักในลักษณะสี่เหลี่ยมผืนผ้าสามารถจำแนกจำนวนแถวและหลักได้อย่างชัดเจนและเขียน [ ] หรือ ( ) ล้อมรอบตัวเลขเหล่านี้เรียกว่า เมตริกซ์ และเรียกตัวเลขที่อยู่ภายในว่า“สมาชิก”

เมตริกซ์ที่มีจำนวนแถว(Row) = m แถว และหลัก(Column) = n หลัก เรียกว่า $m\times n$ เมตริกซ์ เช่น เมตริกซ์ A มีมิติ 2×3 จะเขียนเมตริกซ์ ด้วยสัญลักษณ์

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}_{2\times3}$$

จากตัวอย่างนี้เรียกเมตริกซ์ A ว่า มี 2 แถว 3 หลัก มีสมาชิกทั้งหมด 6 ตัว

สัญลักษณ์รูปทั่วไปของ $A = [a_{ij}]_{m\times n}$

$i=1,2,3,4\ldots,m$

$j=1,2,3,4\ldots,n$

หมายถึง เมตริกซ์ A มีจำนวนแถว m จำนวนหลัก n

โดยที่ a_{11} หมายถึงสมาชิกที่อยู่ในแถวที่ 1 หลักที่ 1

a_{23} หมายถึงสมาชิกที่อยู่ในแถวที่ 2 หลักที่ 3

a_{ij} หมายถึงสมาชิกที่อยู่ในแถวที่ i หลักที่ j

ข้อสังเกต***

i เป็นตัวเลขบอกตำแหน่งแถว j เป็นตัวเลขบอกตำแหน่งหลัก และสมาชิกทุกตัวของเมตริกซ์มีตำแหน่งของตัวเองเสมอ

ชนิดของเมตริกซ์

การเรียงตัวของกลุ่มตัวเลข หรือสมาชิก สามารถจำแนกและเรียกชื่อเฉพาะและมีคุณสมบัติดังนี้

1. เมตริกซ์แถว (Row Matrix) เป็นเมตริกซ์ที่มีสมาชิกเพียงแถวเดียว

เช่น $A=[0\ -1\ 2]_{1\times3}$

เป็นเมตริกซ์ขนาดมิติ 1×3

2 . เมตริกซ์หลัก(Column Matrix) เป็นเมตริกซ์ที่มี สมาชิกเพียง หลักเดียว

เช่น $A=\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}_{3\times1}$

เป็นเมตริกซ์ขนาดมิติ 3×1

3 เป็นสมาชิกในตำแหน่ง a_{21} หรือแถวที่ 2 หลักที่ 1

3. เมตริกซ์ศูนย์(Zero Matrix) เป็นเมตริกซ์ที่มีสมาชิกทุกตัวเป็น 0

สัญลักษณ์ $\underline{0}$ แทนเมตริกซ์ศูนย์ เช่น

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{2\times2}$$

เมตริกซ์ $\underline{0}$ ที่มีขนาดมิติ 2×2

4. เมตริกซ์จัตุรัส (Square Matrix) เป็นเมตริกซ์ที่มีจำนวนแถวและหลักเท่ากัน

$A = [a_{ij}]_{m\times n}$; i=1,2,3,4…,n และ j=1,2,3,4…,n

เช่น $A=\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}_{3\times3}$

เป็นเมตริกซ์จัตุรัสมีขนาดมิติ 3×3 และมีสมาชิก 9 ตัว

5. สเกลาร์เมตริกซ์(Scalar Matrix) เป็นเมตริกซ์จัตุรัส ที่มีสมาชิกในแนวเส้นทะแยงมุมหลัก(Main Diagonal) เท่ากันหมด และสมาชิกที่เหลือเป็น 0 หมด

เช่น $A=\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}_{3\times3}$

6. เมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix) เป็น scalar matrix ที่มีสมาชิกในแนวเส้นทะแยงมุมหลักมีค่าเป็น 1 เท่ากันหมด

สัญลักษณ์ ใช้ I แทน Identity Matrix

เช่น I_2 หรือ $I_{2\times 2}$ = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

เช่น I_2 หรือ $I_{2\times 2}$ = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

เมตริกซ์เอกลักษณ์เป็นเมตริกซ์ที่มีคุณสมบัติสำคัญในการคูณ การหาอินเวอร์สของเมตริกซ์ A

ทรานสโพสของเมตริกซ์(Transpose Matrix)

ถ้า A เป็นเมตริกซ์ที่มี มิติ 3×3 ทรานสโพสของเมตริกซ์ A เกิดจากการเปลี่ยนที่จากแถวเป็นหลักของเมตริกซ์ A

สัญลักษณ์ A^t แทน ทรานสโพสของเมตริกซ์ A

นั่นคือ A = $[a_{ij}]$ มีมิติ $m \times n$

A^t = $[a_{ji}]$ มีมิติ $n \times m$

ตัวอย่าง A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{bmatrix}_{2\times 3}$

A^t = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}_{3\times 2}$

การเท่ากันของเมตริกซ์ เมตริกซ์ใด ๆ จะเป็นเมตริกซ์เท่ากันภายใต้เงื่อนไข

1. เมตริกซ์จะต้องมีมิติเท่ากัน
2. สมาชิกในแต่ละตำแหน่งเท่ากัน

เช่น

A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0.5 & 4 & -1 \end{bmatrix}$ B = $\begin{bmatrix} 1 & \frac{8}{4} & -2 \\ \frac{1}{2} & \sqrt{16} & -1 \end{bmatrix}$

A = B