

## โครงสร้างรายวิชาเพิ่มเติม

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค32202  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
 เวลา 60 ชั่วโมง จำนวน 1.5 หน่วยกิต

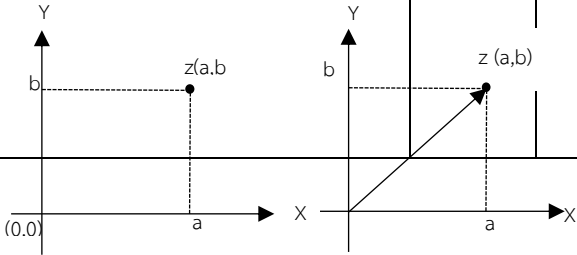
| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้   | สาระสำคัญ  | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---|--|-------------------|--------------------|
| 1            | ปฐมนิเทศ                 |   |  | 1                 | -                  |
| 2            | จำนวน<br>เชิงซ้อน        | 1. เข้าใจจำนวนเชิงซ้อน และใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา<br>2. ทหารากที่ $n$ ของ จำนวนเชิงซ้อน เมื่อ $n$ เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1<br>3. แก้สมการพหุนามตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสี่ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา | จำนวนเชิงซ้อน คือ จำนวนที่เขียนอยู่ในรูป $z=a+bi$ เมื่อ $a$ และ $b$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $i = \sqrt{-1}$ เรียก $a$ ว่าส่วนจริง (real part) ของ $z$ และ เขียน แทนด้วย $\text{Re}(z)$ เรียก $b$ ว่าส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของ $z$ และเขียนแทนด้วย $\text{Im}(z)$<br>1. สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน<br>สมบัติ กำหนด $z_1 = a + bi$ และ $z_2 = c + di$ เมื่อ $a, b, c$ และ $d$ เป็นจำนวนจริงจะกล่าวได้ว่า<br>1. $z_1 = z_2$ หรือ $a + bi = c + di$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$<br>2. $z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$<br>3. $kz_1 = k(a + bi) = ka + kbi$ เมื่อ $k$ เป็นค่าคงตัว | 28                | 30                 |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ  | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|--|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | <p>4. <math>z_1 z_2 = (a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2 = (ac - bd) + (ad + bc)i</math></p> <p>2. สมบัติที่เกี่ยวข้องกับการบวกของจำนวนเชิงซ้อน</p> <p>สมบัติ</p> <p>1. สมบัติปิดของการบวก<br/>ถ้า <math>z_1</math> และ <math>z_2</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว <math>z_1 + z_2</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน</p> <p>2. สมบัติการสลับที่ของการบวก<br/>ถ้า <math>z_1</math> และ <math>z_2</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว <math>z_1 + z_2 = z_2 + z_1</math></p> <p>3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก<br/>ถ้า <math>z_1, z_2</math> และ <math>z_3</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว<br/><math>(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3)</math></p> <p>4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก<br/>สำหรับจำนวนเชิงซ้อน <math>a + bi</math> ใด ๆ เมื่อ<br/><math>a</math> และ <math>b</math> เป็นจำนวนจริง จะมีจำนวนเชิงซ้อน <math>0 + 0i</math> ซึ่ง <math>(a + bi) + (0 + 0i) = a + bi</math> และ <math>(0 + 0i) + (a + bi) = a + bi</math></p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ  | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|--|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | <p>เรียกจำนวนเชิงซ้อน <math>0 + 0i</math> ว่าเอกลักษณ์ของการบวกของจำนวนเชิงซ้อน</p> <p>5. สมบัติการมีตัวผกผันของการบวก</p> <p>สำหรับจำนวนเชิงซ้อน <math>a + bi</math> ใด ๆ เมื่อ <math>a</math> และ <math>b</math> เป็นจำนวนจริง จะมีจำนวนเชิงซ้อน <math>-a - bi</math> ซึ่ง <math>(a + bi) + (-a - bi) = 0 + 0i</math> และ <math>(-a - bi) + (a + bi) = 0 + 0i</math> เรียกจำนวนเชิงซ้อน <math>-a - bi</math> ว่า ตัวผกผันของการบวกของ <math>a + bi</math></p> <p>3. การลบจำนวนเชิงซ้อน</p> <p>บทนิยาม กำหนด <math>z_1</math> และ <math>z_2</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน ใด ๆ จะได้ว่า <math>z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)</math></p> <p>4. สมบัติที่เกี่ยวข้องกับการคูณของจำนวนเชิงซ้อน</p> <p>สมบัติ</p> <p>1. สมบัติปิดของการคูณ ถ้า <math>z_1</math> และ <math>z_2</math> เป็น จำนวนเชิงซ้อน แล้ว <math>z_1 z_2</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน</p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ   | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|---|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | <p>2. สมบัติการสลับที่ของการคูณ ถ้า <math>z_1</math> และ <math>z_2</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว <math>z_1 z_2 = z_2 z_1</math></p> <p>3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ ถ้า <math>z_1, z_2</math> และ <math>z_3</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว <math>(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3)</math></p> <p>4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณสำหรับจำนวนเชิงซ้อน <math>a + bi</math> ใด ๆ เมื่อ <math>a</math> และ <math>b</math> เป็นจำนวนจริงจะมีจำนวนเชิงซ้อน <math>1 + 0i</math> ซึ่ง <math>(a + bi)(1 + 0i) = a + bi</math> และ <math>(1 + 0i)(a + bi) = a + bi</math> เรียกจำนวนเชิงซ้อน <math>1 + 0i</math> ว่า เอกลักษณ์ของการคูณของจำนวนเชิงซ้อน</p> <p>5. สมบัติการมีตัวผกผันของการคูณสำหรับจำนวนเชิงซ้อน <math>a + bi</math> ใด ๆ เมื่อ <math>a</math> และ <math>b</math> เป็นจำนวนจริงจะมีจำนวนเชิงซ้อน <math>\frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}i</math> ซึ่ง</p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ   | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|---|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | $(a + bi) \left( \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i \right) = 1 + 0i$ <p>และ</p> $\left( \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i \right) (a + bi) = 1 + 0i$ <p>เรียกจำนวนเชิงซ้อน <math>\frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i</math> ว่า ตัวผกผันของการคูณของ <math>a + bi</math></p> <p>6. สมบัติการแจกแจง ถ้า <math>z_1, z_2</math> และ <math>z_3</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน แล้ว <math>z_1(z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3</math></p> <p>และ <math>(z_1 + z_2)z_3 = z_1 z_3 + z_2 z_3</math></p> <p>5. การหารจำนวนเชิงซ้อน<br/>บทนิยาม กำหนด <math>z_1</math> และ <math>z_2</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อนใด ๆ จะได้ว่า <math>z_1 \div z_2 = z_1 z_2^{-1}</math> เมื่อ <math>z_2 \neq 0</math> และเขียนแทนด้วย <math>z_1 \div z_2 = \frac{z_1}{z_2}</math></p> <p>6. สังยุคของจำนวนเชิงซ้อน<br/>บทนิยาม ให้ <math>z = a + bi</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน จะเรียกจำนวนเชิงซ้อน <math>a - bi</math> ว่าเป็นสังยุคของ <math>z</math></p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ   | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|---|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | <p>เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์</p> $\overline{z} = \overline{a + bi} = a - bi$ <p>สมบัติ ให้ <math>z = a + bi</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน จะได้ว่า</p> $z \overline{z} = a^2 + b^2$ $\operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}(z + \overline{z})$ $\operatorname{Im}(z) = \frac{1}{2i}(z - \overline{z})$ $\overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z_1} \pm \overline{z_2}$ $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$ $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}} \text{ เมื่อ } z_2 \neq 0$ $\text{ถ้า } z \neq 0 \text{ แล้ว } \frac{1}{z} = \overline{\left(\frac{1}{\overline{z}}\right)}$ <p>ระนาบเชิงซ้อนประกอบด้วย 2 แกน คือ แกนนอน เรียกว่า แกนจริง และแกนตั้ง เรียกว่า แกนจินตภาพ ให้ <math>z = a + bi</math> จะได้จุด <math>(a, b)</math> หรือเวกเตอร์ที่มีจุด <math>(0, 0)</math> เป็นจุดเริ่มต้น และจุด <math>(a, b)</math> เป็นจุดสิ้นสุด ดังรูป</p>  |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ  | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|--|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | <p>ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน<br/>คือ <math> z  =  a + bi  = \sqrt{a^2 + b^2}</math><br/>สมบัติ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวน<br/>เชิงซ้อนให้ <math>z</math> และ <math>w</math> เป็นจำนวน<br/>เชิงซ้อน และ <math> z  = \sqrt{a^2 + b^2}</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math> z ^2 = z\bar{z}</math></li> <li>2. <math> z  =  -z  =  \bar{z} </math></li> <li>3. <math> zw  =  z  w </math></li> <li>4. <math> z + w  \leq  z  +  w </math></li> <li>5. <math> z - w  \geq  z  -  w </math></li> <li>6. <math>\left  \frac{z}{w} \right  = \frac{ z }{ w }</math> เมื่อ <math>w \neq 0</math></li> <li>7. <math> z ^{-1} = \left  \frac{1}{z} \right  = \frac{1}{ z }</math> เมื่อ <math>z \neq 0</math></li> <li>8. <math> z^n  =  z ^n</math> เมื่อ <math>z \neq 0</math> และ <math>n</math><br/>เป็นจำนวนเต็มใด ๆ</li> <li>9. <math> z  = 0</math> ก็ต่อเมื่อ <math>z = 0</math></li> </ol> <p>ให้ <math>z = a + bi</math> และ <math>r = \sqrt{a^2 + b^2}</math><br/>รากที่สองของ <math>z</math> คือ<br/><math display="block">\pm \left( \sqrt{\frac{r+a}{2}} + \sqrt{\frac{r-a}{2}} i \right)</math><br/>เมื่อ <math>b \geq 0</math></p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ  | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|--|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | $\pm \left( \sqrt{\frac{r+a}{2}} - \sqrt{\frac{r-a}{2}} i \right)$ <p>เมื่อ <math>b &lt; 0</math></p> <p>คำตอบของสมการพหุนามกำลังสอง <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นจำนวนจริง และ <math>a \neq 0</math> คือ</p> <p>ให้ <math>z = a + bi</math> และ <math>r = \sqrt{a^2 + b^2}</math></p> <p>รากที่สองของ <math>z</math> คือ</p> $\pm \left( \sqrt{\frac{r+a}{2}} + \sqrt{\frac{r-a}{2}} i \right)$ <p>เมื่อ <math>b \geq 0</math></p> $\pm \left( \sqrt{\frac{r+a}{2}} - \sqrt{\frac{r-a}{2}} i \right)$ <p>เมื่อ <math>b &lt; 0</math></p> <p>คำตอบของสมการพหุนามกำลังสอง <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>a, b</math> และ <math>c</math> เป็นจำนวนจริง และ <math>a \neq 0</math> คือ <math>x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math> เมื่อ <math>b^2 - 4ac \geq 0</math></p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{ b^2 - 4ac} i}}{2a}$ เมื่อ $b^2 - 4ac < 0$ |                   |                    |



| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ  | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|--|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | <p>จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว คือ <math>z = r(\cos\theta + i \sin\theta)</math> หรือ <math>z = r \operatorname{cis} \theta</math> เรียกมุม <math>\theta</math> ว่าอาร์กิวเมนต์ (argument) ของ <math>z</math> ใช้สัญลักษณ์ <math>\operatorname{Arg}(z)</math></p> <p>ทฤษฎีบทของจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ให้ <math>z, z_1</math> และ <math>z_2</math> เป็นจำนวนเชิงซ้อน</p> <p>1.<br/> <math display="block">z_1 z_2 = r_1 r_2 [r \cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]</math></p> <p>2.<br/> <math display="block">\frac{1}{z} = \frac{1}{r} (\cos\theta - i \sin\theta)</math></p> <p>3.<br/> <math display="block">\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [r \cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]</math> เมื่อ <math>z_2 \neq 0</math></p> <p>4.<br/> <math display="block">2. \frac{1}{z} = \frac{1}{r} (\cos\theta - i \sin\theta)</math> <math display="block">3. \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [r \cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]</math> เมื่อ <math>z_2 \neq 0</math></p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ   | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|---|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | <p>4. <math>\bar{z} = r[(\cos(-\theta) + i\sin(-\theta))]</math></p> <p><math>\text{Arg}(z_1 z_2) = \text{Arg}(z_1) + \text{Arg}(z_2)</math></p> <p><math>\text{Arg}</math></p> $\left( \frac{z_1}{z_2} \right) = \text{Arg}(z_1) - \text{Arg}(z_2)$ $\text{Arg} \left( \frac{z_1}{z_2} \right) = \text{Arg}(z_1) - \text{Arg}(z_2)$ <p>รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน เขียนแทนด้วย สัญลักษณ์ <math>\sqrt[n]{z}</math> ให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อน จะได้ว่า</p> $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \left[ \cos \left( \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right) + i \sin \left( \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right) \right]$ <p>เมื่อ <math>k = 0, 1, 2, \dots, n-1</math></p> <p>รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนใดๆ จะมี n ราก (คำตอบ)</p> <p>1. ถ้า <math>z_1, z_2, z_3, \dots, z_n</math> เป็นรากที่ n ของ z แล้ว <math> z_1  =  z_2  =  z_3  = \dots =  z_n </math></p> <p>2. ถ้า <math>z_1, z_2, z_3, \dots, z_n</math> เป็นรากที่ n ของ z แล้ว</p> $z_1 + z_2 + z_3 + \dots + z_n = 0$ <p>ทฤษฎีบท ทฤษฎีบทหลักมูลของพีชคณิต</p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ   | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|---|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | <p>ให้ <math>p(x)</math> เป็นพหุนามที่มีดีกรีมากกว่าหรือเท่ากับ 1 สมการ <math>p(x) = 0</math> จะมีคำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อน อย่างน้อย 1 คำตอบ</p> <p>ทฤษฎีบท ถ้า <math>p(x)</math> เป็นพหุนามดีกรี <math>n</math> เมื่อ <math>n \geq 1</math> แล้วสมการ <math>p(x) = 0</math> จะมีคำตอบทั้งหมด <math>n</math> คำตอบ เมื่อนับคำตอบที่ซ้ำกันด้วย</p> <p>ทฤษฎีบท ทฤษฎีบทตัวประกอบ กำหนด <math>p(x)</math> เป็นพหุนามที่มีดีกรีมากกว่าหรือเท่ากับ 1 จะได้ว่า พหุนาม <math>p(x)</math> มี <math>x - c</math> เป็นตัวประกอบก็ต่อเมื่อ <math>p(c)</math> มี <math>x - c</math> เป็นตัวประกอบก็ต่อเมื่อ <math>p(c) = 0</math></p> <p>ทฤษฎีบท ทฤษฎีบทตัวประกอบจำนวนตรรกยะ กำหนด <math>p(x)</math> เป็นพหุนามในรูป <math>a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0</math> โดยที่ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็มบวก <math>a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0</math> เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง <math>a_n \neq 0</math> ถ้า <math>x - \frac{k}{m}</math> เป็นตัวประกอบของพหุนาม <math>p(x)</math> โดยที่ <math>m</math> และ <math>k</math> เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง <math>m \neq 0</math> และ ห.ร.ม. ของ <math>m</math> และ <math>k</math> คือ 1 แล้ว <math>m</math> หาร <math>a_n</math> ลงตัว และ <math>k</math> หาร <math>a_0</math> ลงตัว</p> <p>ทฤษฎีบท</p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้  | สาระสำคัญ  | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|--|--|-------------------|--------------------|
|              |                          |  | ให้ $p(x)$ เป็นพหุนามดีกรีมากกว่าหรือเท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นจำนวนจริง ถ้า $z$ เป็นคำตอบของสมการ $p(x) = 0$ แล้วสังยุคของ $z$ จะเป็นคำตอบของสมการด้วย   |                   |                    |
| 3            | สอบกลางภาค               |  |  | 1.5               | 20                 |
| 4            | หลักการนับเบื้องต้น      | 4. เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา | <p>กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ</p> <p>หลักการคูณ (เป็นการทำงานที่ต่อเนื่องกัน)</p> <p>จำนวนวิธีการทำงานทั้งหมด</p> <p>= ผลคูณของจำนวนวิธีในแต่ละขั้นตอนย่อยๆ</p> <p><math>= n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k</math> วิธี</p> <p>หลักการบวก (เป็นการทำงานที่ไม่ต่อเนื่องกัน)</p> <p>จำนวนวิธีการทำงานทั้งหมด</p> <p>= ผลคูณของจำนวนวิธีในแต่ละแบบ</p> <p><math>= n_1 + n_2 + \dots + n_k</math> วิธี</p> <p>แฟกทอเรียล</p> <p>บทนิยาม ให้ <math>n</math> เป็นจำนวนเต็มบวก กล่าวว่ แฟกทอเรียล <math>n</math> คือ การคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง <math>n</math> เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ <math>n!</math></p> | 18                | 10                 |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ   | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|---|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | <p>จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ<br/>สิ่งของ <math>n</math> สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด<br/>ในแนวตรงเท่ากับ <math>n!</math> วิธี</p> <p>จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ<br/>สิ่งของ <math>n</math> สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด<br/>ในแนวตรง โดยจัดเรียงคราวละ <math>r</math><br/>สิ่ง (<math>0 \leq r \leq n</math>) เท่ากับ <math>P_{n,r} =</math><br/><math>\frac{n!}{(n-r)!}</math> วิธี</p> <p>มีสิ่งของ <math>n</math> ชิ้น ที่แตกต่างกัน<br/>จัดเรียงเป็นวงกลม (แบบ 2 มิติ)<br/>ได้ <math>(n-1)!</math> วิธี</p> <p>มีสิ่งของ <math>n</math> ชิ้น ที่แตกต่างกัน<br/>จัดเรียงเป็นวงกลม (แบบ 3 มิติ)<br/>ได้ <math>\frac{(n-1)!}{2}</math> วิธี</p> <p>ถ้ามีสิ่งของ <math>k</math> กลุ่ม ซึ่งในกลุ่มที่ 1<br/>มีของ <math>n_1</math> สิ่งเหมือนกัน<br/>ในกลุ่มที่ 2 มีของ <math>n_2</math> สิ่ง<br/>เหมือนกัน</p> <p style="text-align: center;">⋮</p> <p>ในกลุ่มที่ <math>k</math> มีของ <math>n_k</math> สิ่ง<br/>เหมือนกัน</p> <p>โดยที่ <math>n_1 + n_2 + \dots + n_k = n</math></p> <p>จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนกลุ่มของ<br/>สิ่งของ <math>n</math> สิ่งเท่ากับ</p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ  | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|--|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | $\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!}$ <p>จำนวนวิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน <math>n</math> สิ่ง โดยเลือกคราวละ <math>r</math> สิ่ง (<math>0 \leq r \leq n</math>) เท่ากับ <math>C_{n,r}</math></p> <p>หรือ <math>\binom{n}{r}</math> วิธี เมื่อ <math>C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}</math></p> <p>1. กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ</p> <p>ก. หลักการคูณ (ถ้างานมีหลายขั้นตอนให้นำจำนวนวิธีในแต่ละขั้นตอนมาคูณกัน)</p> <p>ข. หลักการบวก (ถ้างานนั้นสามารถทำได้หลายกรณีให้นำจำนวนวิธีที่ทำได้ในแต่ละกรณีมาบวกกัน)</p> <p>2. การเรียงสับเปลี่ยน</p> <p>ก. การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดเป็นแนวตรง เท่ากับ <math>n!</math> วิธี</p> <p>ข. การเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ <math>n</math> สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวตรง โดยจัดเรียงคราวละ <math>r</math> สิ่ง</p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ  | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|--|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | <p><math>(0 \leq r \leq n)</math> เท่ากับ <math>P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}</math> วิธี</p> <p>ค. การเรียงสับเปลี่ยนของ<br/>สิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน<br/>เท่ากับ <math>\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!}</math> วิธี</p> <p>ง. วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกัน แบบ วงกลม<br/>แบบ 2 มิติได้ <math>(n-1)!</math> วิธี</p> <p>จ. วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกัน แบบวงกลม<br/>แบบ 3 มิติได้<br/><math>\frac{(n-1)!}{2}</math> วิธี</p> <p>3. การจัดหมู่<br/>วิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน <math>n</math> สิ่ง โดยเลือก<br/>คราวละ <math>r</math> สิ่ง <math>(0 \leq r \leq n)</math><br/>เท่ากับ<br/><math display="block">C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}</math></p> <p>ทฤษฎีบท<br/>ถ้า <math>a, b</math> เป็นจำนวนจริงใดๆ<br/>และ <math>n, r</math> เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว</p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้  | สาระสำคัญ   | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|--|---|-------------------|--------------------|
|              |                          |  | $(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \dots$ <p style="text-align: center;">เ รี ย ก</p> $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \dots, \binom{n}{r}, \dots, \binom{n}{n}$ <p>ว่า <b>สัมประสิทธิ์ทวินาม</b></p>   |                   |                    |
| 5            | ความน่าจะเป็น            | 5. หาความน่าจะเป็น และนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ | <p>การทดลองสุ่ม คือ การทดลองหรือการกระทำใด ๆ ซึ่งทราบว่าผลลัพธ์อาจจะเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่าในแต่ละครั้งที่ทดลองผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไร ในบรรดาผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้เหล่านั้น</p> <p>ปริภูมิตัวอย่าง คือ เซตของผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม</p> <p>เหตุการณ์ คือ สับเซตของปริภูมิตัวอย่าง</p> <p>กำหนดปริภูมิตัวอย่าง S เป็นเซตจำกัด ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน</p> | 14                | 10                 |



| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ   | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|---|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | <p>ถ้า E เป็นเหตุการณ์ซึ่ง <math>E \subset S</math><br/> ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E<br/> เขียนแทนด้วย P(E) ซึ่ง</p> $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$ <p>เมื่อ n(E) แทน จำนวนสมาชิก<br/> ของเหตุการณ์ E<br/> n(S) แทน จำนวนสมาชิกใน<br/> ปริภูมิตัวอย่าง S</p> <p>สมบัติของความน่าจะเป็นของ<br/> เหตุการณ์ มีดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์<br/> ใด ๆ มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 เสมอ<br/> นั่นคือ <math>0 \leq P(E) \leq 1</math> โดย<br/> <math>P(E) = 0</math> หมายถึง เหตุการณ์ E<br/> ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย<br/> <math>P(E) = 1</math> หมายถึง เหตุการณ์ E<br/> เกิดขึ้นอย่าง แน่ชอน</li> <li>2) ความน่าจะเป็นของปริภูมิ<br/> ตัวอย่าง S มีค่าเท่ากับ 1 เสมอ<br/> นั่นคือ <math>P(S) = 1</math></li> <li>3) ความน่าจะเป็นของเซตว่างมีค่า<br/> เท่ากับ 0 นั่นคือ <math>P(\emptyset) = 0</math></li> </ol> <p>กฎที่สำคัญบางประการของความ<br/> น่าจะเป็น ดังนี้</p> |                   |                    |

| ลำดับ<br>ที่ | ชื่อหน่วย<br>การเรียนรู้ | ผลการเรียนรู้ | สาระสำคัญ   | เวลา<br>(ชั่วโมง) | น้ำหนัก<br>(คะแนน) |
|--------------|--------------------------|---------------|---|-------------------|--------------------|
|              |                          |               | 1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$<br>2) ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$<br>3) $P(A') = 1 - P(A)$<br>4) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$<br>5) $P(A \cup B) = P(A) + P(B \cap A')$<br>$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$<br>6) $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A')$<br>7) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$ |                   |                    |
| 6            | สอบปลายภาค               |               |   | 1.5               | 30                 |
| 7            | รวมตลอดภาคเรียน          |               |   | 60                | 100                |