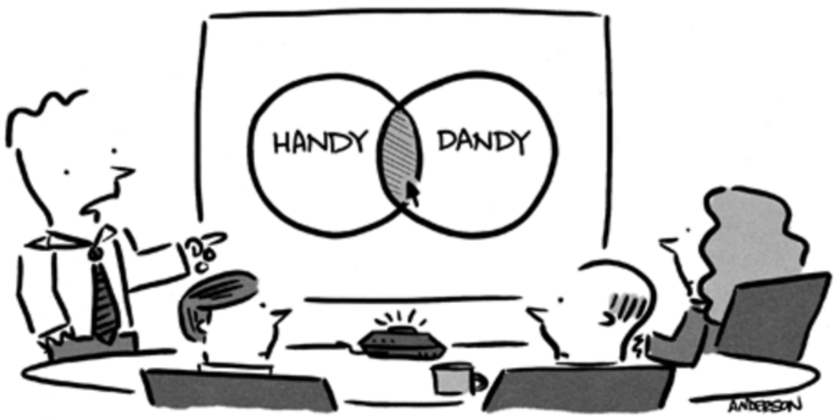
เอกสารประกอบการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 1 (ค31101)
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562
เรื่อง เซต



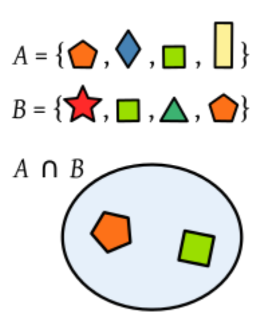
ชื่อ-นามสกุล :

....

ชั้น ม. 4 ห้อง : .... เลขที่

....

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา



S E T

เซต (Sets) เป็นคำในทางคณิตศาสตร์ที่ไม่นิยามความหมาย "คำอนิยาม" เราใช้เซต บ่งบอกถึงกลุ่ม หมู่ เหล่า ฝูง ชุด สำรับ คณะ คำเหล่านี้แสดงถึงการรวบรวมสิ่งของหรืออะไรก็ได้ที่รวมกันเป็นกลุ่มๆ โดยมีคุณสมบัติบางอย่างร่วมกัน และคุณสมบัติเหล่านี้ทำให้ทราบได้ว่าสิ่งใดบ้างอยู่ในเซต และสิ่งใดบ้างไม่อยู่ในเซต เราเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า สมาชิกของเซต

เช่น เซตของสระในภาษาอังกฤษ หมายถึง กลุ่มของอักษร a, e, i, o และ u

เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 10 หมายถึง กลุ่มของตัวเลข 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9 สิ่งที่อยู่ในเซต เรียกว่า สมาชิก (element หรือ members)

ตัวอย่างที่ 1 พิจารณาเซตต่อไปนี้ข้อใดเป็นเซต

1. นักเรียนชั้น ม.4/3
2. นักเรียนชั้น ม.4/3 ที่หน้าตาดี
3. นักฟุตบอลทีมแมนยูที่เล่นฟุตบอลเก่ง
4. เม็ดทรายในทะเลภูเก็ต

การเขียนเซต

การเขียนเซต การเขียนเซตอาจเขียนได้สองแบบ คือ

1. **การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก** (Tabular From) โดยเขียนสมาชิกทุกตัวของเซตลงในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา { } และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว

1.1 ถ้ามีสมาชิกของเซตน้อย ให้เขียนครบทุกตัว เช่น

A = ... , B = ...

1.2 ถ้าสมาชิกของเซตมีมาก และทราบตัวสุดท้าย เช่น

C = ...

1.3 ถ้าสมาชิกของเซตมีมากจนไม่สิ้นสุด เช่น

D = ... , E = ...

F = ...

ตัวอย่างที่ 2 **เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 7** เขียนแทนด้วย ....

เซตของพยัญชนะไทย 5 ตัวแรก เขียนแทนด้วย ....

เซตของจำนวนคู่ตั้งแต่ 2 ถึง 10 เขียนแทนด้วย ....

ในการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกนั้นจะใช้จุดสามจุด **(. . .)** เพื่อแสดงว่ามีสมาชิกอื่น ๆ ซึ่งเป็นที่เข้าใจกันทั่วไปว่ามีอะไรบ้างที่อยู่ในเซต

2. เขียนเซตแบบบอกเงื่อนไข (Builder Form) ใช้ตัวแปรเขียนแทนสมาชิกของเซตแล้วบรรยายสมบัติของสมาชิกที่อยู่ในรูปของตัวแปร **โดยเครื่องหมาย "|" แทนคำว่า "โดยที่"**

ตัวอย่างที่ 3 A = {x | x **เป็นสระในภาษาอังกฤษ** }

อ่านว่า...

B = {x | x เป็นเดือนแรกและเดือนสุดท้ายของปี }

อ่านว่า...

ตัวอย่างที่ 4 จงเขียนเซตต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบบอกเงื่อนไข

1. **A = {ก,ข,ค,ง,จ,...ฮ}** เขียนแบบบอกเงื่อนไขได้

   A = ...

2. **B = {2,4,6,8,10}** เขียนแบบบอกเงื่อนไขได้

   B = ...

3. **C =** $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\}$ เขียนแบบบอกเงื่อนไขได้

   C = ...

ตัวอย่างที่ 5 ให้นักเรียนเติมคำตอบในช่องว่างให้สมบูรณ์

เซต	**แบบแจกแจงสมาชิก**	**แบบบอกเงื่อนไข**
1. เซตของเดือนที่มี 28 วัน	{กุมภาพันธ์}	{ x | x เป็นเดือนที่มี 28 วัน}
2. เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 50		
3. เซตของจำนวนเต็มลบ		
4.	{a, b, c, . . . , z}	
5.	{2, 3, 5, 7, 11, 13}	
6.	{5, 4, 3, 2, . . .}	
7.		{x | x เป็นเลขโดดใน 100}
8.		{x | x เป็นพยัญชนะในคำว่า "กาบ"}
9.		$\{x \in R \mid x^2 - x - 2 = 0\}$
10.		{x | x เป็นเซตของจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า 20 }

Worksheet1 **ความหมายของเซต และการเขียนเซต**

ชื่อ - นามสกุล..ชั้น ม.4/................ เลขที่....................

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์

ตอนที่ 1 จงพิจารณาเซตต่อไปนี้ โดยทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ใช้เซตได้ถูกต้อง และทำเครื่องหมาย ✕ หน้าข้อที่ใช้เซตไม่ถูกต้อง

_____1. เซตของจำนวนเฉพาะ

_____2. เซตของคนดี

_____3. เซตของนางสาวไทยปี พ.ศ.2555-2560

_____4. เซตของเพลงที่ไพเราะ

_____5. เซตของสบู่ที่มีกลิ่นหอม

_____6. เซตของภาพที่สวยงาม

_____7. เซตของจังหวัดที่ขึ้นต้นด้วย “สมุทร”

_____8. เซตของจำนวนเต็มบวก

_____9. เซตของนักร้องเกาหลีที่หล่อที่สุด

_____10. เซตของนักเรียน ม.4 โรงเรียนสาธิตราชภัฏสวนสุนันทา

ตอนที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1.	**จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก**	
	1.1 เซตของจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 5 ลงตัว	....
	1.2 เซตของจังหวัดในประเทศไทยที่ขึ้นต้นด้วยพยัญชนะ “ม”	....
	1.3 เซตของจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า 20	....
	1.4 เซตของจำนวนเต็มที่มากกว่า 2 แต่น้อยกว่า 10	....
	1.5 เซตของพยัญชนะในคำว่า MATHEMATICS	....
	1.6 เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -100	....
	1.7 เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x + 2 = 5$	....
	1.8 เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 - 4 = 0$	....
	1.9 เซตของจำนวนที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 - 5x + 4 = 0$	....
	1.10 เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 > 0$	....
	1.11 $\{x \mid x \leq 4$ และ x เป็นจำนวนเต็ม$\}$	....
	1.12 $\{x \mid x$ เป็นจำนวนสีของธงชาติไทย$\}$	....
	1.13 $\{x \mid x$ เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่าและหาร 10 ลงตัว$\}$	....
	1.14 $\{x \mid x$ เป็นเลขโดดของจำนวน 13,513,007$\}$	....
ข้อที่		คำตอบ

	คำถาม	
	1.15 { $x \mid x = 3n+1, n = 1,2,3,4$ } 1.16 { $y \mid y = 2n$, n เป็นจำนวนนับ} 1.17 { $x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 0 กับ 1} 1.18 { $x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 กับ 7} 1.19 { $x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มลบที่อยู่ระหว่าง -5 กับ 1} 1.20 { $x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มลบและ $2x > -8$ }	....
2.	**จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก** 2.1 A = {2, 4, 6, 8, 10} 2.2 B = {1, 3, 5, . . . , 99} 2.3 C = {1, 2, 3, . . . } 2.4 D = {1, 4, 9, 16, . . .} 2.5 E = {1, 3, 5, 7, . . .} 2.6 F = {ตะวันออก,ตะวันตก,เหนือ,ใต้} 2.7 G = {100,101,102,103} 2.8 H = {กุมภาพันธ์} 2.9 I = {10,20,30,. . .} 2.10 J = { $2,1\frac{1}{2},1\frac{1}{3},1\frac{1}{4},1\frac{1}{5},\ldots$ }	 ....

สัญลักษณ์แทนเซต

ในการเขียนเซตโดยทั่วไปจะแทนเซตด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C และแทนสมาชิกของเซตด้วยตัวพิมพ์เล็ก เช่น a, b, c เช่น

A = {1, 4, 9, 16, 25, 36} หมายถึง A เป็นเซตของกำลังสองของจำนวนนับหกจำนวนแรก

เซตของจำนวนชนิดต่างๆที่ควรทราบ

I^+ แทน เซตของจำนวนเต็มบวก จะได้ $I^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$

I^- แทน เซตของจำนวนเต็มลบ จะได้ $I^- = \{-1, -2, -3, \ldots\}$

I แทน เซตของจำนวนเต็ม จะได้ $I = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

N แทน เซตของจำนวนนับ จะได้ $\mathrm{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$

P แทน เซตของจำนวนเฉพาะที่เป็นบวก จะได้ $\mathrm{P} = \{2, 3, 5, 7, \ldots\}$

Q แทน เซตของจำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนเป็นเศษส่วนได้ เช่น จำนวนเต็ม เศษส่วนแท้ ทศนิยม

R แทนเซตของจำนวนจริง

สมาชิกของเซต

> จะใช้สัญลักษณ์ " $\in$ " แทนคำว่า"**เป็นสมาชิก**"หรือ "อยู่ใน"
>
> และจะใช้สัญลักษณ์ " $\notin$ " แทนคำว่า "**ไม่เป็นสมาชิกของ**" หรือ "ไม่อยู่ใน"

เช่น A = {1, 2, 3, 4}

จะได้ว่า 1 เป็นสมาชิกของ A หรืออยู่ใน A เขียนแทนด้วย $1 \in A$

3 เป็นสมาชิกของ A หรืออยู่ใน A เขียนแทนด้วย $3 \in A$

5 ไม่เป็นสมาชิกของ A หรือไม่อยู่ใน A เขียนแทนด้วย $5 \notin A$

7 ไม่เป็นสมาชิกของ A หรือไม่อยู่ใน A เขียนแทนด้วย $7 \notin A$

ตัวอย่างที่ 6 จงเติม $\in$ หรือ $\notin$ ลงในช่องว่าง

1. 0____ N
2. 1____ P
3. 0 ____ $\{x \in I^- \mid x < 0\}$
4. 2 ____ $\{x \in \mathrm{N} \mid x^2 = 4\}$
5. 0 ____ $\{x \in I^+ \mid x^2 = 0\}$
6. e ____ {x | x เป็นสระในคำว่า "apple"}
7. π ____ เซตของจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 3 กับ 6
8. เสือดาว ____ {เสือ}

จำนวนสมาชิกของเซต ใช้ $n(A)$ แทนคำว่า **"จำนวนสมาชิกของเซต A"** ซึ่งจะนับสมาชิกที่แตกต่างกันถ้าสมาชิกซ้ำกันจะนับเป็นตัวเดียว

เช่น $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ และ $n(A) = 4$

ตัวอย่างที่ 7 ในแต่ละข้อต่อไปนี้มีจำนวนสมาชิกกี่ตัวและมีอะไรบ้าง

1. $A = \{1, 2, 3, 2, 2, 1\}$ $n(A) =$ ....
2. $B = \{123\}$ $n(A) =$ ....
3. $C = \{1, \{1\}, \{\{1, 2\}\}\}$ $n(A) =$ ....
4. $D = \{x \mid x$ เป็นเซตของพยัญชนะในคำว่า mangosteen }

$n(A) =$ ....

ตัวอย่างที่ 8 จงบอกจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

1. $A = \{1234\}$
2. $B = \{3, 4, 6, 8\}$
3. $C = \{a, b, c, de, f, gh, ijk\}$
4. $D = \{x \in I \mid x$ อยู่ระหว่าง 10 และ 20$\}$
5. $E = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 10$\}$

Worksheet2 สมาชิกของเซต

ชื่อ - นามสกุล..ชั้น ม.4/................ เลขที่....................

ตอนที่ 1 จงเติม $\in$ หรือ $\notin$ ลงในช่องว่าง

1.1 0____ เซตของจำนวนเต็มลบที่น้อยกว่า 1

1.2 ก ____ เซตของพยัญชนะในคำว่า “มกราคม”

1.3 π ____ เซตของจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 3 กับ 4

1.4 -2____เซตของจำนวนเต็มบวกทีสอดคล้องกับสมการ x^2+4

1.5 0____ เซตของจำนวนเต็มบวกที่สอดคล้องกับสมการ $x^2=0$

1.6 1____ เซตของจำนวนเฉพาะ

1.7 0____ เซตของจำนวนนับ

1.8 -1 ____ เซตของจำนวนเต็มลบที่มีค่าน้อยที่สุด

1.9 มดแดง ____ เซตของมด

1.10 1____ {3,2,1,0}

ตอนที่ 2 จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้ **ถูกหรือผิด** โดยทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูกและทำเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อที่ผิด

2.1 _____ $6 \in \{5,6,7\}$

2.2 _____ $20 \notin$ เซตของจำนวนคู่ที่อยู่ระหว่าง 20 และ 30

2.3 _____ สามเหลี่ยมมุมฉาก $\in$ เซตของสามเหลี่ยม

2.4 _____ $4.53 \in$ เซตของจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 3 กับ 5

2.5 _____ นกกระจอกเทศ $\in$ เซตของนก

2.6 _____ $3 \in \{1,2,\{3\},4,5\}$

2.7 _____ รถไฟฟ้า $\in$ {รถ}

2.8 _____ 15 $\in$ เซตของจำนวนเฉพาะ

2.9 _____ โลก $\in$ เซตของระบบสุริยะ

2.10_____ $\sqrt{3}$ $\in$ เซตของจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 1กับ 2

ตอนที่ 3 จงบอกจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

คำถาม	คำตอบ
3.1 $A=\{1,2,3\}$	....
3.2 $B=\{2,\{2\},\{1,2\},3\}$	....
3.3 $C=\{3,4,\{2,\{5\}\},6,7\}$	....
3.4 $D=\{x\in I^{+}\mid 2x-1$ มีค่าน้อยกว่า $10\}$	....
3.5 $E=\{x\in I^{+}\mid x$ เป็นจำนวนเฉพาะคี่ และมีค่าน้อยกว่า $20\}$	....
3.6 $G=\{x\mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า $10\}$	....
3.7 $F=\{a, ab, abc, abcd, b, c\}$	....
3.8 $H=\{x\in N\mid x^{2}-3x-4=0\}$	....
3.9 $I=\{x\mid x(x^{2}-1)(x+2)=0\}$	....
3.10 $J=\{x\in N\mid x^{2}<5\}$	

ชนิดของเซต

ชนิดของเซต แบ่งออกเป็น

1. เซตจำกัด (finite sets) หมายถึง เซตที่สามารถบอกจำนวนสมาชิกที่แตกต่างกันในเซตได้เป็นจำนวนเต็มบวก หรือศูนย์ เช่น $\{1,2,3,\ldots 20\}$

เซตว่าง หมายถึง เซตที่ไม่มีสมาชิก เซตว่างเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “{ }” หรือ “ $\varnothing$ ”

ข้อสังเกต ....

2. เซตอนันต์ (infinite sets) หมายถึง เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด คือ ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกที่แน่นอนได้ เช่น $\{1,2,3,\ldots\}$, เซตของจำนวนเต็มที่หารด้วย 3 ลงตัว, เซตของจุดบนเส้นตรง

ตัวอย่างที่ 9 ให้นักเรียนพิจารณาเซตที่กำหนดให้ทางซ้ายมือของตารางว่าเป็นเซตชนิดใด

เซต	เซตว่าง	เซตจำกัด	เซตอนันต์
1. $\{1,2,3,\ldots\}$	....	....	....
2. $\{x \in I \mid x+x=1\}$	....	....	....
3. $\{x \mid x+x=1\}$	....	....	....
4. $\{x \mid x$ เป็นจำนวนจริงระหว่าง 5 กับ 8 $\}$	....	....	....
5. $\{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มระหว่าง 5 กับ 8 $\}$	....	....	....
6. $\{y \in I \mid 2y-1=0\}$	....	....	....
7. $\{y \in R \mid 2y-1=0\}$	....	....	....
8. $\{x \in I \mid x^2>0\}$	....	....	....
9. $\{1,2,\{3,4,5\}\}$	....	....	....
10. $\{2,\{2\},\{2,4\},\{2,4,6,\ldots\}\}$	....	....	....
	....	....	....

ตัวอย่างที่ 10 จงพิจารณาและเติมคำลงในช่องว่าง

เซต	จำนวนสมาชิกของเซต	ชนิดของเซต
1. $\{1,2,3,4,9\}$	....	....
2. $\{2,4,6,8,\ldots,50\}$	....	....
3. $\{1,2,3,\ldots\}$	....	....
4. $\{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มระหว่าง 5 กับ 7$\}$	....	....
5. $\{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มระหว่าง 5 กับ 6$\}$	....	....
6. $\{a,b,c,\ldots,z\}$	....	....
7. $\{x \in I^+ \mid x^2=0\}$	....	....
8. $\{x \in I \mid x^2>0\}$	....	....
	....	....

Worksheet3 ชนิดของเซต

ชื่อ - นามสกุล...ชั้น ม.4/................ เลขที่.....................

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1.	เซตต่อไปนี้เป็นเซตจำกัดหรือเซตอนันต์	
	1.1 $\{1,2,3,\ldots,10\}$	....
	1.2 $\{\varnothing\}$	....
	1.3 $\{\mathrm{R}\}$	....
	1.4 $\{x \mid x$ เป็นจำนวนคี่ $\}$	....
	1.5 $\{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 0$\}$	....
	1.6 $\{x \mid x$ เป็นจำนวนคู่ที่น้อยกว่า 1,000$\}$	....
	1.7 $\{x \mid x=\frac{1}{n},$ โดยที่ n เป็นจำนวนนับ$\}$	....
	1.8 $\{x \mid x=\frac{1}{n},$ โดยที่ n เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า 999$\}$	....
	1.9 $\{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มที่หารด้วย 3 ลงตัว $\}$	....
	1.10 $\{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มที่หารด้วย 3 ลงตัวและมีค่าไม่เกิน 200$\}$	....
		....
2.	**เซตต่อไปนี้เซตใดเป็นเซตว่าง**	
	2.1 สระในคำว่า “WOMAN”	....
	2.2 เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x+8=8$	....
	2.3 เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x^2+5=0$	....
	2.4 เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x+x=x\cdot x$	....
	2.5 เซตของจำนวนเฉพาะที่ลบด้วย 1 หารด้วย 2 ลงตัว	....
	2.6 เซตของตัวประกอบของ $1,000$	....
	2.7 เซตของพยัญชนะในคำว่า “MISSISSIPI”	....
	2.8 $D=\{x\in \mathrm{I}^+ \mid x=1+\frac{1}{y}$ และ $y\in I^+$ และ $y<3\}$	....
	2.9 $\{\{\varnothing\}\}$	....
	2.10 เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า -1	....

เซตที่เท่ากันและเซตเทียบเท่ากัน

จงเติมตารางโดยใส่เครื่องหมาย ✓ เมื่อเซตแต่ละคู่มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว

เซต A	เซต B	สมาชิกเหมือนกันทุกตัว
$\{4,3,2\}$	$\{2,4,3\}$	
$\{2,3,5,5\}$	$\{1,3,2,5\}$	
$\{a,b,c\}$	$\{a,b,c,a\}$	
$\{a,b,c\}$	$\{2,5,7\}$	
$\{1,2,3,\ldots\}$	$\{1,2,3,\ldots,100\}$	
$\{2,4,6,\ldots,100\}$	$\{2,4,6,\ldots,100\}$	
$\{1,3,5,\ldots,99\}$	$\{2,4,6,\ldots,100\}$	
$\{a,\{b\}\}$	$\{a,b\}$	
$\{\{a,b\}\}$	$\{a,b\}$	

เซตแต่ละคู่ที่มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว เรียกว่า ....

เซตแต่ละคู่ที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากันทุกตัว เรียกว่า ....

<u>เซตที่เท่ากัน</u> (equal set)

> **เซต A เท่ากับ เซต B** ก็ต่อเมื่อ **ทั้งสองเซตมีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว เขียนแทนด้วย** A $=$ B
> **แต่** ถ้ามีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัว ของเซต A ไม่เป็นสมาชิกของเซต B แล้ว **เซต A ไม่เท่ากับ เซต B**
> **เขียนแทนด้วย** A $\neq$ B

เช่น A = {1,2,3} , B = {3,1,2} $\therefore$ A = B

A = {3,5,7,9} , B = {x | x = 2n+1 และ $n \in I^{+}$ และ $1 \le x \le 4$} $\therefore$ A = B

A = {2,3,4} ; n(A) = 3 , B = {234} ; n(B) = 1 $\therefore$ A $\neq$ B เพราะอย่างน้อย n(A) $\neq$ n(B)

ตัวอย่างที่ 11 เซตต่อไปนี้ เซตใดบ้างเป็นเซตที่เท่ากัน

1. ให้ U คือเซตของอักษรไทย

   $A = \{x \in U \mid x$ แทนพยัญชนะในคำว่า “กรรมการ”$\}$

   $B = \{x \in U \mid x$ แทนพยัญชนะในคำว่า “มรรคา”$\}$

   $C = \{x \in U \mid x$ แทนพยัญชนะในคำว่า “มกราคม”$\}$

   $D = \{x \in U \mid x$ แทนพยัญชนะในคำว่า “รากไม้”

2. $E = \{7, 14, 21, \ldots, 343\}$, $F = \{x \mid x = 7n$ และ $n \in N$ และ $n < 50\}$

3. $K = \{n \in I \mid n < 25\}$, $L = \{m \in I \mid m \le 25\}$

<u>เซตเทียบเท่ากัน (equivalent set)</u>

เซตเทียบเท่ากัน คือ เซต A เทียบเท่ากับเซต B หมายถึง ก็ต่อเมื่อ **เซต A และ เซต B มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน หรือ** เซต A สามารถจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งได้พอดี

เช่น $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1,2,3\}$ $\therefore$ A เทียบเท่ากับ B แต่ $A \neq B$

$A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-1,1,0\}$ $\therefore$ A เทียบเท่ากับ B และ $A = B$

$A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{0,8\}$ $\therefore$ A ไม่เทียบเท่ากับ B และ $A \neq B$

ข้อสังเกต 1. ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด เรียกว่า A เทียบเท่ากับ B เมื่อ n(A) = n(B)

2. ถ้า A และ B เป็นเซตอนันต์ เรียกว่า A เทียบเท่ากับ B เมื่อสามารถนำสมาชิกทุกตัวของ A และ B มาจับคู่กันแบบหนึ่งต่อหนึ่งได้

ตัวอย่างที่ 12 จงพิจารณาว่าเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้เซตใดบ้างที่เท่ากันหรือเทียบเท่ากัน

1. $A = \{1,3,5,7\}$, $B = \{7,3,1,5\}$

....

2. $C = \{2,4,6\}$, $D = \{4,6,2,6\}$

....

3. $A = \{x \in I \mid 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in I \mid x^2 - 4 = 0\}$, $C = \{x \in I^+ \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$

....

4. $X = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มคี่ที่น้อยกว่า 10$\}$, $Y = \{1,3,5,7,9\}$

....

5. ให้ U เป็นเซตของอักษรไทย

$C = \{x \in U \mid x$ แทนพยัญชนะในคำว่า “ซอกซอน”$\}$

$D = \{x \in U \mid x$ แทนพยัญชนะในคำว่า “ซ้อนกัน”$\}$

....

6. $E = \{x \in Q \mid 2x - 6 = 0\}$, $F = \{x \in I^+ \mid -4 < x < 1\}$

....

Worksheet4 **เซตที่เท่ากันและเซตเทียบเท่ากัน**

ชื่อ - นามสกุล...ชั้น ม.4/................ เลขที่....................

1. พิจารณาเซตต่อไปนี้เป็นเซตเท่ากันหรือไม่

1.1 $A=\{x\in I^{+}\mid x<10$ และหารด้วย 2 ลงตัว $\}$, $B=\{x\mid 1\le x<10\}$

ตอบ ....

1.2 $M=\{x\mid x^{2}-x=0\}$, $N=\{x\mid x-1=0\}$

ตอบ ....

1.3 $P=\{x\mid x+1+\dfrac{2}{y}$ และ $y\in I^{+}$ และ $y<6\}$

$Q=\{3,2,1\frac{1}{3},1\frac{1}{4},1\frac{2}{5}\}$

ตอบ ....

1.4 $R=\{x\mid x\in N$ และ $x^{2}=81\}$, $S=\{-9,9\}$

ตอบ ....

1.5 $A=\{x\mid x+2=2+y$ โดยที่ $x=y\}$

$B=\{x\mid x+2=2x\}$

ตอบ ....

1.6 $P=\{x\mid \dfrac{x}{x}=1\}$

$Q=\{x\mid x=x\}$

ตอบ ....

1.7 $C=\{y\in N\mid y$ เป็นตัวประกอบของ $40\}$

$D=\{\pm1,\pm2,\pm4,\pm5,\pm8,\pm10,\pm20,\pm40\}$

ตอบ ....

1.8 $S=\left\{x\mid \sqrt{\dfrac{x}{y}}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}\right\}$

$R=\{x\mid \sqrt{x^{2}}=|x|\}$

ตอบ ....

1.9 $A=\{x\in I\mid x^{2}<10\}$

$B=\{0,\pm1,\pm2,\pm3\}$

ตอบ ....

1.10 $A=\{x\mid x$ เป็นเลขโดดที่ใช้ในระบบเลขฐานสิบ $\}$

$B=\{y\mid 0\le y<10\}$

ตอบ ....

บทนิยาม เซต A เป็นสับเซตของ B ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B
A เป็นสับเซตของ B **เขียนแทนด้วย** $A \subset B$

เช่น $A = \{3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ จะได้ $A \subset B$

เซต A ไม่เป็นสับเซตของ B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของ B
A ไม่เป็นสับเซตของ B **เขียนแทนด้วย** $A \not\subset B$

เช่น $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ จะได้ $A \not\subset B$ และ $B \not\subset A$

ตัวอย่างที่ 13 จงเติมเครื่องหมาย $\subset$ และ $\not\subset$ ลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

กำหนดให้ $A = \{1\}$, $B = \{1, 3\}$, $C = \{1, 5, 9\}$, $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $E = \{1, 2, 5, 7, 9\}$, $F = \{1, 2, 3, \ldots, 9\}$

1. $\varnothing$ ________ A	2. A ________ B	3. B ________ C
4. B ________ E	5. C ________ D	6. C ________ E
7. D ________ E	8. D ________ F	9. B ________ B
10. F ________ E	11. F ________ D	12. $\varnothing$ ________ F

วิธีการสร้างสับเซต

การสร้างสับเซต เมื่อกำหนดเซตจำกัดใดมาให้ จะสามารถสร้างสับเซตของเซตนั้นเริ่มจาก

1. สับเซตที่มีสมาชิกเท่ากับสมาชิกเดิมทั้งหมด n ตัว
2. สับเซตที่มีสมาชิกเพียง n-1 ตัว
3. สับเซตที่ไม่มีสมาชิก นั้นคือ **เซตว่าง** $\varnothing$

ตัวอย่างที่ 14 $U = \{2\}$ จงหาสับเซตของเซตทั้งหมดของเซต U

วิธีทำ เซตที่มีสมาชิก 1 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 0 ตัว ได้แก่ ....

สับเซตทั้งหมดของเซต U คือ ....

ตัวอย่างที่ 15 $A = \{1, 2\}$ จงหาสับเซตของเซตทั้งหมดของเซต A

วิธีทำ เซตที่มีสมาชิก 2 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 1 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 0 ตัว ได้แก่ ....

สับเซตทั้งหมดของเซต A คือ ....

ตัวอย่างที่ 16 $B = \{2, 3, 5\}$ จงหาสับเซตของเซตทั้งหมดของเซต B

วิธีทำ เซตที่มีสมาชิก 3 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 2 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 1 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 0 ตัว ได้แก่ ....

สับเซตทั้งหมดของเซต B คือ ....

ตัวอย่างที่ 17 $C = \{\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$ จงหาสับเซตของเซตทั้งหมดของเซต C

วิธีทำ เซตที่มีสมาชิก 3 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 2 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 1 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 0 ตัว ได้แก่ ....

สับเซตทั้งหมดของเซต C คือ ....

ตัวอย่างที่ 18 $D = \{1,\{1\},\{\{1\}\}\}$ จงหาสับเซตของเซตทั้งหมดของเซต D

วิธีทำ เซตที่มีสมาชิก 4 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 3 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 2 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 1 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 0 ตัว ได้แก่ ....

สับเซตทั้งหมดของเซต D คือ ....

ตัวอย่างที่ 19 $E = \{1,3,5,7\}$ จงหาสับเซตของเซตทั้งหมดของเซต E

วิธีทำ เซตที่มีสมาชิก 4 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 3 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 2 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 1 ตัว ได้แก่ ....

เซตที่มีสมาชิก 0 ตัว ได้แก่ ....

สับเซตทั้งหมดของเซต E คือ ....

จำนวนซับเซต ให้ A เป็นเซตใดๆ $n(A)$ แทน จำนวนสมาชิกของเซต A แล้ว และ $n(A) = k$

จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต $A = 2^{n(A)} = 2^k$

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับสับเซต

กำหนด A,B และ C เป็นเซตใดๆ แล้ว

1. $A \subset A$
2. $\varnothing \subset A$
3. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ แล้ว $A = B$
4. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$
5. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $n(A) \le n(B)$

สับเซตแท้ (proper subset)

บทนิยาม สับเซตแท้ (proper subset) ของ A คือ สับเซตทั้งหมดของ A ยกเว้นตัวมันเอง (ยกเว้น A)

เขียนแทนด้วย A $\subseteq$ B

ข้อสังเกต เกี่ยวกับสับเซตแท้

1. เซตที่ไม่มีสับเซตแท้ คือ ....
2. จำนวนสับเซตแท้ = $2^k - 1$ (ลบออกจากตัวมันเอง 1 ตัว) สับเซต
3. A เป็นสับเซตแท้ของ B ก็ต่อเมื่อ

   (a) $A \subset B$

   และ (b) $n(A) < n(B)$
4. A **ไม่**เป็นสับเซตแท้ของ A (ตัวมันเอง **ไม่**เป็นสับเซตแท้ ของตัวมันเอง)

ตัวอย่างที่ 20 กำหนด $A = \{\varnothing, 1, 2, 3, \{\varnothing\}, \{1\}, \{1, 2\}\}$ จงพิจารณาว่าข้อต่อไปนี้ ถูกหรือผิด

________1. $\{1, 2\} \subset A$	________6. $\{2, \{2\}\} \subset A$
________1. $\{1, 2\} \subset A$	________6. $\{2, \{2\}\} \subset A$

Worksheet5 **สับเซต**

ชื่อ - นามสกุล...ชั้น ม.4/................ เลขที่....................

ตอนที่1

คำชี้แจง จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ ว่าถูกหรือผิด ใส่ ✓ หน้าข้อถูกและ ใส่ ✗ หน้าข้อผิด

1. กำหนดให้ $U = \{1,2,3,4\}$

1.1 _____ $3 \in U$

1.2 _____ $4 \in U$

1.3 _____ $\{2\} \in U$

1.4 _____ $\{2,3\} \in U$

1.5 _____ $\{0,4\} \subset U$

1.6 _____ $\varnothing \subset U$

1.7 _____ $\{0,2,3,4\} \in U$

1.8 _____ $\{0,2,3,4\} \subset U$

2. กำหนดให้ $D = \{a,b,c\}$

2.1 _____ $a \in D$

2.2 _____ $\{a,b\} \in D$

2.3 _____ $\varnothing \subset D$

2.4 _____ $c \in D$

2.5 _____ $\{b\} \subset D$

2.6 _____ $\{a,b,c\} \subset D$

2.7 _____ $\varnothing \subset \varnothing$

2.8 _____ $\varnothing \subset \{a,b,c\}$

2.9 _____ $D \subset \{a,b,c\}$

2.10 _____ $D \subset \varnothing$

3. กำหนดให้ $A = \{3,\{1,3\},4\}$

3.1 _____ $\{1,3\} \in A$

3.2 _____ $\{3\} \in A$

3.3 _____ $\{3\} \subset A$

3.4 _____ $\{3,4\} \subset A$

3.5 _____ $\{3,\{1,3\}\} \in A$

3.6 _____ $\{4\} \subset A$

3.7 _____ $\{1,3\} \subset A$

3.8 _____ $A \subset \{3,\{1,3\},4\}$

3.9 _____ $\varnothing \subset A$

3.10 _____ $\{\{3\}\} \subset A$

ตอนที่ 2

ข้อ	คำถาม	คำตอบ
4.	จงหาสับเซตทั้งหมดของเซตต่อไปนี้	
	4.1 $\{1\}$	....
	4.2 $\varnothing$	....
	4.3 $\{\varnothing\}$	....
	4.4 $\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$	....
	4.5 $\{\{\}\}$	....
	4.6 $\{\{1,2\},1\}$	....
	4.7 $\{\{1,\{2,4\}\}\}$	....
	4.8 $\{2,\{3,\{5\}\},6\}$	....
	4.9 $\{\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}$	....
	4.10 $\{2,\{1,2\},\{2\}\}$	....

5. จงหาจำนวนสับเซตแท้ของเซตที่มีสมาชิก 4 ตัว = ...

เพาเวอร์เซต (Power sets)

บทนิยาม ถ้า A เป็นเซตใดใด เพาวเวอร์เซตของ A คือ **เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสับเซตทั้งหมดของ A**

1.) ใช้ “P(A)” แทน เพาวเวอร์ของเซต A

2.) นิยาม P(A) โดยภาษาคณิตศาสตร์ คือ $P(A)=\{x \mid x\subset A\}$

หลักการเขียนเพาวเวอร์เซต

1.) เขียนสับเซตก่อน

2.) เขียนเครื่องหมายปีกกาคลุมหัวท้าย

เช่น กำหนดให้ $A=\{1,2,3\}$ เซตของสับเซตทั้งหมดของ A หรือ เพาวเวอร์เซตของ A คือ

$\{\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$

ตัวอย่างที่ 21 $H=\{2\}$ จงหาเพาวเวอร์เซตทั้งหมดของเซต H

$P(H)$ = ...

ตัวอย่างที่ 22 $A=\{1,2\}$ จงหาเพาวเวอร์เซตทั้งหมดของเซต A

$P(A)$ = ...

ตัวอย่างที่ 23 $B=\{2,3,5\}$ จงหาเพาวเวอร์เซตทั้งหมดของเซต B

$P(B)$ = ...

ตัวอย่างที่ 24 $C=\{\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$ จงหาเพาวเวอร์เซตทั้งหมดของเซต C

$P(C)$ = ...

ตัวอย่างที่ 25 $D=\{1,\{1\},\{\{1\}\}\}$ จงหาเพาวเวอร์เซตทั้งหมดของเซต D

$P(D)$ = ...

ตัวอย่างที่ 26 $E=\{1,3,5,7\}$ จงหาเพาวเวอร์เซตทั้งหมดของเซต E

$P(E)$ = ...

การตรวจสอบการเป็นสมาชิก และ สับเซต ของ Power sets

การตรวจสอบการเป็นสมาชิกหรือการเป็นสับเซต นอกจากจะใช้วิธีการแจกแจงสมาชิกของ P(A) แล้วอาจใช้วิธีต่อไปนี้ ตรวจสอบก็ได้ เช่น $A=\{a,b\}$

1.) ใส่ปีกกา ครอบสมาชิกของ A **หนึ่งชั้น** จะเป็นสมาชิกของ $P(A)$

$a\in A$ และ $\{a\}\in P(A)$

2.) ใส่ปีกกา ครอบสมาชิกของ A **สองชั้น** จะเป็นสับเซต $P(A)$

$a\in A \Rightarrow \{a\}\in P(A) \Rightarrow \{\{a\}\}\subset P(A)$

สมบัติของ Power sets

กำหนด A และ B เป็นเซตจำกัด

1.) ถ้า $n(A) = k$ แล้ว
- $n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^k$
- $n[(P(P(A))] = 2^{2^k}$

2.) $P(A)$ จะไม่มีโอกาสเป็นเซตว่าง ไม่ว่า A จะเป็นเซตใดๆ ก็ตาม $P(A) \neq \varnothing$

3.) $\varnothing \in P(A)$ เสมอ

4.) $A \in P(A)$ เสมอ

5.) สมาชิกของ $P(A)$ ต้องเป็นเซต เท่านั้น

Power set กับ subset

ทฤษฎีบท กำหนด A และ B เป็นเซตใดใด

1.) ถ้า $A \subset B$ แล้ว $P(A) \subset P(B)$

2.) ถ้า $P(A) \subset P(B)$ แล้ว $A \subset B$

3.) ถ้า $A \subset B$ แล้ว

4.) ถ้า $A = B$ แล้ว $P(A) = P(B)$

5.) $\varnothing \subset P(A)$ เสมอ

6.) $\{A\} \subset P(A)$ เสมอ และ $\{P(A)\} \subset P[P(A)]$

ตัวอย่างที่ 27 กำหนด $A = \{\varnothing, 1, 2, 3, \{\varnothing\}, \{0\}, \{0, 2\}\}$ จงพิจารณาว่าข้อต่อไปนี้ ถูกหรือผิด เพราะอะไร

1. $\varnothing \in P(A)$ ตอบ..........
2. $\{\varnothing\} \subset P(A)$ ตอบ..........
3. $\{\varnothing\} \in P(A)$ ตอบ..........
4. $\{\{\varnothing\}\} \in P(A)$ ตอบ..........
5. $\{0, 2\} \in P(A)$ ตอบ..........
6. $\{0, 2\} \subset P(A)$ ตอบ..........
7. $\{\{0, 2\}\} \in P(A)$ ตอบ..........
8. $\{\{0, 2\}\} \subset P(A)$ ตอบ..........
9. $\{\{\varnothing\}, 2\} \in P(A)$ ตอบ..........
10. $\{\{\varnothing\}, 2\} \subset P(A)$ ตอบ..........
11. $\{1, 2, 3\} \in P(A)$ ตอบ..........
12. $\{\varnothing, \{0, 2\}\} \subset P(A)$ ตอบ..........
13. $\{\varnothing, 2, 4\} \in P(A)$ ตอบ..........
14. $\{\{1, 2, \varnothing\}, \{\varnothing\}\} \subset P(A)$ ตอบ..........
15. $\{\varnothing, 2\} \in P(A)$ ตอบ..........

Worksheet6 **เพาเวอร์เซต**

ชื่อ - นามสกุล...ชั้น ม.4/................ เลขที่....................

ตอนที่ 1 **คำชี้แจง** จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ ว่าถูกหรือผิด ใส่ ✓ หน้าข้อถูกและ ใส่ ✕ หน้าข้อผิด

1. กำหนด $A = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ จงพิจารณาว่าข้อต่อไปนี้ถูกหรือผิด

1.1 ________ เซต A เป็นเซตอนันต์

1.2 ________ $\{1, 2\} \in A$

1.3 ________ $\{1, 2\} \subset A$

1.4 ________ $\{1, 2, 3\} \in A$

1.5 ________ $\{1, 2, 3\} \subset A$

1.6 ________ $\{1, 2, 3, \ldots\} \in A$

1.7 ________ $\{1, 2, 3, \ldots\} \subset A$

1.8 ________ $\{1, 2\} \in P(A)$

1.9 ________ $\{1, 2, 3\} \in P(A)$

1.10 ________ $P(A)$ เป็นเซตอนันต์

ตอนที่ 2

คำถาม	คำตอบ
1. จงหาเพาเวอร์เซตของแต่ละเซตต่อไปนี้	....
1.1 $\{5\}$	....
1.2 $\{\varnothing\}$	....
1.3 $\varnothing$	....
1.4 $\{\{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}$	....
1.5 $P(\varnothing)$	....
1.6 $\{\{\varnothing\}\}$	....
1.7 $\{1, \{1, 2, 3, \ldots\}\}$	....
1.8 $\{\varnothing, \{1, 2\}, \{\varnothing\}\}$	....
1.9 $\{\{a, b\}, a, b\}$	....
1.10 $\{\{1, 2, 3, \ldots\}\}$	

2. จงเขียนเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้

2.1 $A = \{2\}$

$P(A)$ = ... $P(P(A))$ = ...

2.2 $B = \varnothing$

$P(B)$ = ... $P(P(B))$ = ...

2.3 $C = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$

$P(C)$ = ...

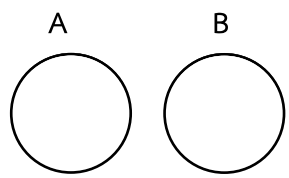
เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe)

เอกภพสัมพัทธ์(Relative Universe) คือ เซตที่กำหนดขึ้นเพื่อจะกำหนดขอบเขตของสิ่งที่เราสนใจ จะกล่าวถึงสิ่งใดนอกเหนือจากเอกภพสัมพัทธ์ไม่ได้ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ U

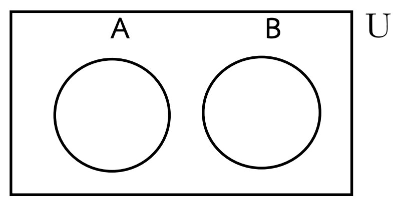
การเขียนเซตแทนด้วยแผนภาพ ⇨ แผนภาพเวนน์และออยเลอร์

1.) สำหรับ U คือ (เอกภพสัมพัทธ์) ให้เขียนแทนด้วย สี่เหลี่ยมผืนผ้า

2.) สำหรับเซต A, B, C ใดๆ ให้เขียนแทนด้วยรูปวงกลม หรือ รูปวงรี หรือ รูปปิดใดๆ



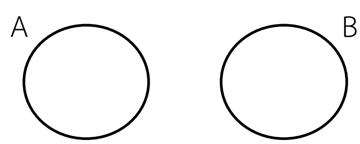
3.) เมื่อกำหนด U และเซต A , B ในข้อเดียวกัน (เขียนเซตต่างๆ ให้อยู่ภายในกรอบของ U)



รูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างเซตเมื่อเขียนลงบนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์

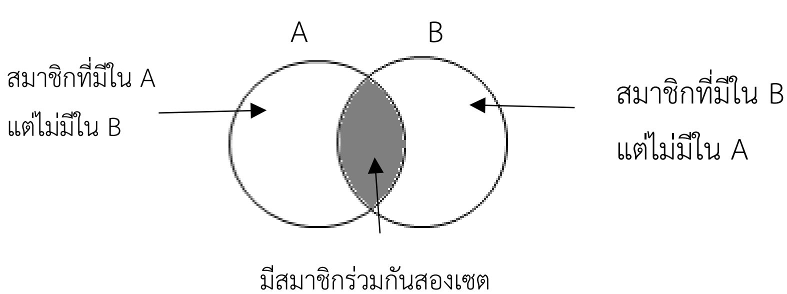
- **เซตที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลย (disjoint sets)**

  ถ้าเซตทั้งสองเซต ไม่มีส่วนซ้ำกัน จะวาดออกมาได้เป็นสองวง แยกออกจากกัน



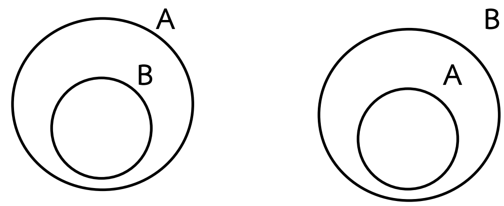
- **เซตที่มีสมาชิกร่วมกัน (intersecting sets)**

  ถ้าเซตทั้งสองเซต มีบางส่วนซ้ำกัน จะวาดออกมาได้เป็นสองวงที่มีส่วนซ้อนกัน



- **ความสัมพันธ์ที่ A ทั้งหมดเป็นสมาชิกใน B และ B ทั้งหมดเป็นสมาชิกใน A**

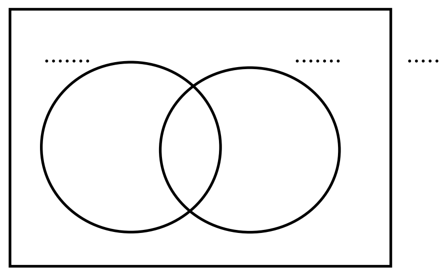
จะวาดออกมาได้เป็น วงหนึ่งอยู่ข้างในอีกวง



ตัวอย่างที่ 28 กำหนด $U=\{2,4,6,8,10,12\}$, $A=\{2,8,12\}$, $B=\{6,8,10\}$

จงเขียนเซตดังกล่าวด้วยแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์

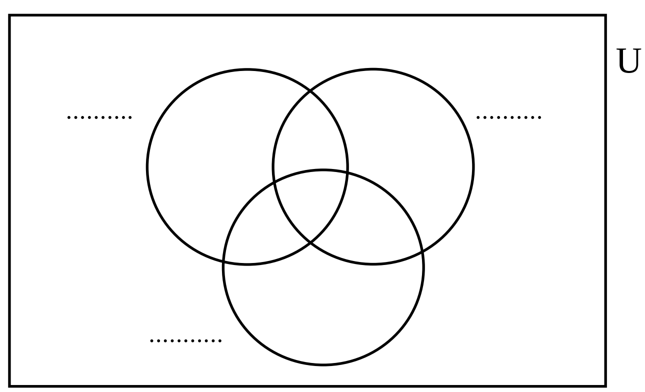
วิธีทำ พิจารณาเซต A และ B ที่มีสมาชิกร่วมกัน คือ .... ดังนั้นสามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 29 กำหนด $U=\{1,2,3,4,\ldots,10\}$, $A=\{1,3,4,5,7\}$, $B=\{5,6,7,8\}$, $C=\{3,5\}$

จงเขียนเซตดังกล่าวด้วยแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์

วิธีทำ พิจารณาเซต A , B และ C ที่มีสมาชิกร่วมกัน คือ .... ดังนั้นสามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้



การดำเนินการระหว่างเซต

การดำเนินการระหว่างเซต (Operation of set)

ในหัวข้อนี้เราจะศึกษาถึงการำเซตตั้งแต่ 2 เซตขึ้นไปมาสร้างเป็นเซตขึ้นมาใหม่หนึ่งเซต มาเชื่อมกันด้วย operation ทางเซต โดยมี 4 ชนิด คือ

1. ยูเนียน (Union)

2. อินเตอร์เซกชัน (Intersection)

3. คอมพลีเมนต์ (Complement)

4. ผลต่าง (Difference)

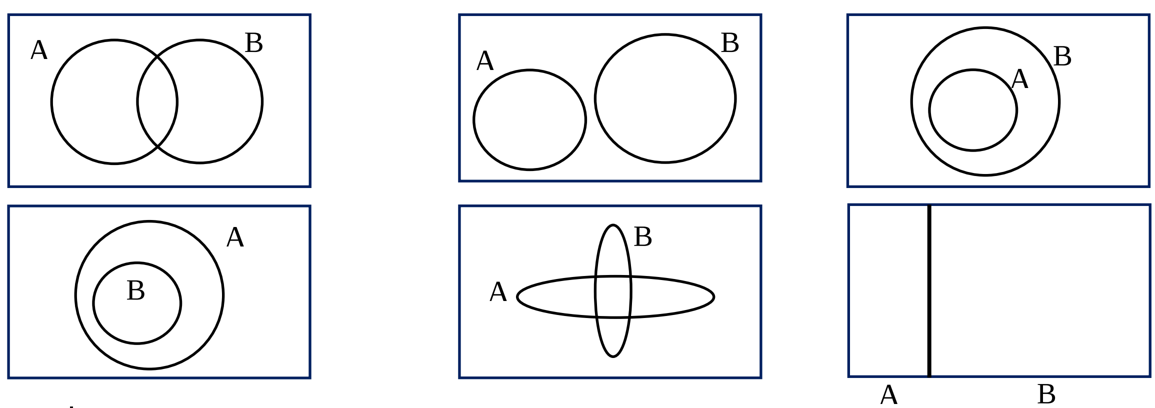
การยูเนียน (Union)

บทนิยาม ยูเนียนของเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของเซต A หรือของเซต B หรือของทั้งสองเซต **ยูเนียนของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย** $A\cup B$

$$A\cup B=\{x \mid x\in A \text{ หรือ } x\in B \text{ หรือ } x \text{ เป็นสมาชิกของทั้งสองเซต}\}$$

ดูในแง่แผนภาพ $A\cup B$ **คือ เอาพื้นที่ของวง A และพื้นที่ของวง B**

ตัวอย่างแผนภาพและแรเงา $A\cup B$



ตัวอย่างที่ 30 กำหนด $A=\{1,7\}$, $B=\{2,3,5,8\}$, $C=\{4,5,7,8,9\}$ จงหา

1. $A\cup B$ = ...
2. $B\cup A$ = ...
3. $B\cup C$ = ...
4. $(A\cup B)\cup C$ = ...
5. $A\cup(B\cup C)$ = ...
6. $B\cup\varnothing$ = ...

ตัวอย่างที่ 31 กำหนด $A=\{1,2\}$, $B=\{2,3\}$ จงหา $P(A\cup B)$ และ $P(A)\cup P(B)$

1. หา $A \cup B$ = ...

จะได้ $P(A \cup B)$ = ...

2. จาก A จะได้ว่า $P(A)$ = ...

จาก B จะได้ว่า $P(B)$ = ...

ดังนั้น $P(A) \cup P(B)$ = ...

ข้อสังเกต จากตัวอย่างของ Union (**U**) จะได้ว่า

1. มีสมบัติการสลับที่ ⇨ ....
2. มีคุณสมบัติการจัดหมู่ ⇨ ....
3. ถ้า $A \subset B$ แล้วจะได้ $A \cup B = B$
4. $A \subset A \cup B, B \subset A \cup B,$
5. $A \cup U =$ ....
6. $A \cup \varnothing =$ ....
7. $P(A \cup B) \neq$ ....

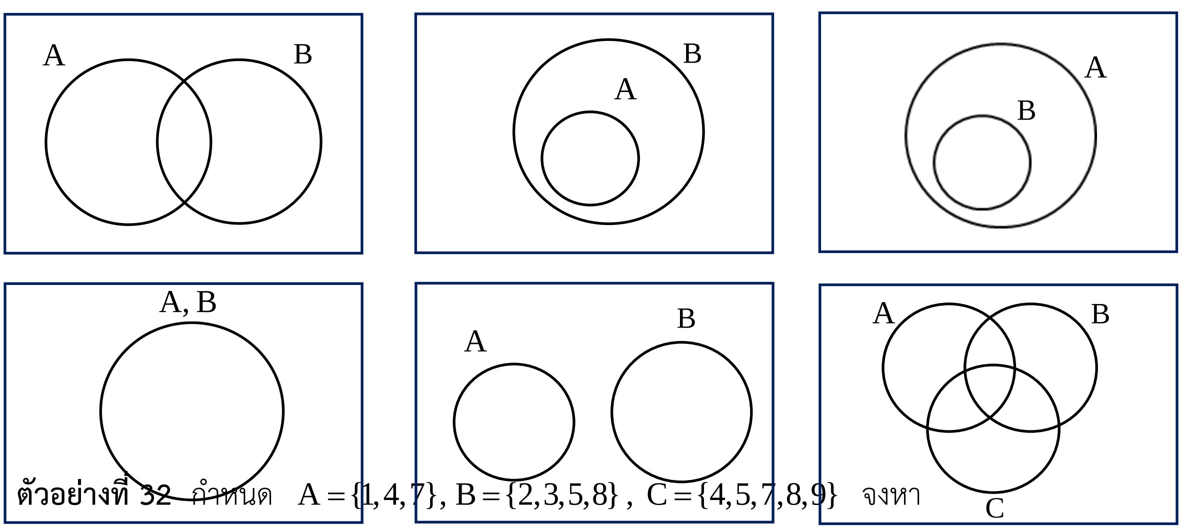
อินเตอร์เซกชัน (Intersection)

บทนิยาม อินเตอร์เซกชันของเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของเซต A **และ** ของเซต B **อินเตอร์เซกชันของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย** $A \cap B$

$$\boxed{A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}}$$

ดูในแง่แผนภาพ $A \cap B$ **คือ เอาพื้นที่ของวง A และวง B ที่ซ้ำกัน**

ตัวอย่างแผนภาพและแรเงา $A \cap B$



ตัวอย่างที่ 32 กำหนด $A = \{1,4,7\}, B = \{2,3,5,8\}$, $C = \{4,5,7,8,9\}$ จงหา

1. $A \cap B$ = ...
2. $B \cap C$ = ...
6. $A \cap (B \cup C)$ = ...
7. $A \cup (B \cap C)$ = ...

3. $C \cap B$ = ...
4. $(A \cap B) \cap C$ = ...
5. $A \cap (B \cap C)$ = ...
8. $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ = ...
9. $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ = ...
10. $B \cap \varnothing$ = ...

ตัวอย่างที่ 33 กำหนด $A = \{1,3,5,7\}$, $B = \{2,3,5,8\}$, $C = \{4,5,7,8,9\}$

จงหา $(A \cup B \cup C) \cap A$ และ $(A \cap B \cap C) \cup A$

1. $A \cup B \cup C$ = ...
2. $A \cap B \cap C$ = ...

$(A \cup B \cup C) \cap A$ = ...

$(A \cap B \cap C) \cup A$ = ...

ตัวอย่างที่ 34 กำหนด $A = \{1,2\}$, $B = \{2,3\}$ จงหา $P(A \cap B)$ และ $P(A) \cap P(B)$

1. หา $A \cap B$ = ...

   จะได้ $P(A \cap B)$ = ...

2. จาก A จะได้ว่า $P(A)$ = ...

   จาก B จะได้ว่า $P(B)$ = ...

   ดังนั้น $P(A) \cap P(B)$ = ...

ข้อสังเกต จากตัวอย่างของ Intersection (∩) จะได้ว่า

1. มีสมบัติการสลับที่ ⇨ ....
2. มีคุณสมบัติการจัดหมู่ ⇨ ....
3. มีสมบัติการกระจาย คือ ....

   เช่น $A \cup (B \cap C)$ = ... และ $A \cap (B \cup C)$ = ...

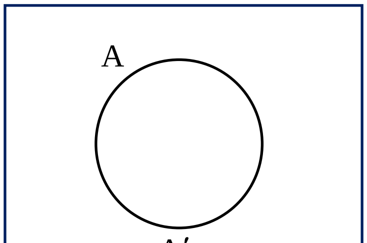
4. ถ้า $A \subset B$ แล้วจะได้ $A \cap B = A$
5. $A \cap B \subset A$, $A \cap B \subset B$,
6. $A \cap U$ = ...
7. $A \cap \varnothing$ = ...
8. $P(A \cap B)$ = ...

คอมพลีเมนต์ (Complement)

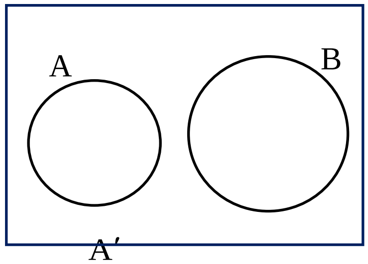
บทนิยาม คอมพลีเมนต์ของเซต A ซึ่งเป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U คือเซตที่ประกอบไปด้วยสมาชิก **ซึ่งเป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของ** A เขียนแทนด้วย A' อ่านว่า เอไพรม์

$$A' = \{x \mid x \in \text{U} \text{ แต่ } x \notin A\}$$

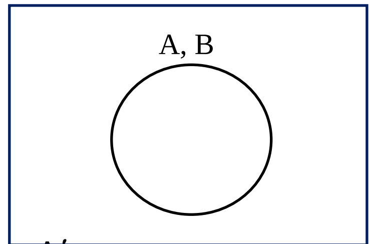
ตัวอย่างแผนภาพ complement



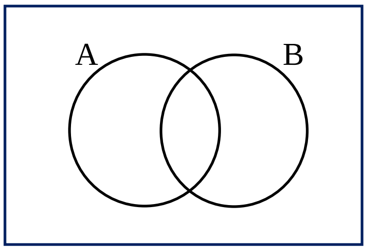
A'



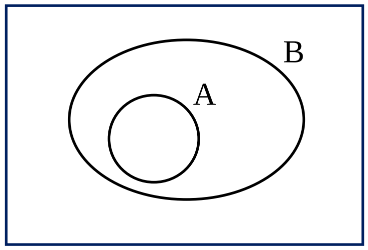
A'



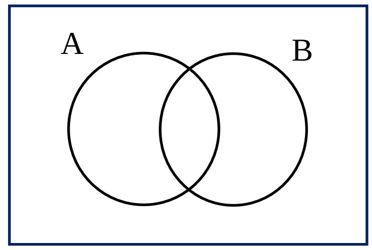
A'



A'



B'



$(A \cup B)'$

ตัวอย่างที่ 35 กำหนด $A = \{1,3,5,7\}$, $B = \{2,3,5,8\}$ จงหา

1. A' = ...
2. $(A')'$ = ...
3. $((A')')'$ = ...
4. $A \cup A'$ = ...
5. $A \cap A'$ = ...
6. $A' \cup B'$ = ...
7. $(A \cup B)'$ = ...
8. $A' \cap B'$ = ...
9. $(A \cap B)'$ = ...
10. $\varnothing'$ = ...

ข้อสังเกต จากตัวอย่างของ complement จะได้ว่า

1. $(\ldots(\overbrace{(A')')'\ldots)'}^{n} = \begin{cases} A \ , n \in I^{+} & \text{เป็นจำนวนคู่} \\ A' \ , n \in I^{+} & \text{เป็นจำนวนคี่} \end{cases}$
2. $A \cup A'$
3. $A \cap A'$
4. มีสมบัติการกระจายคอมพลีเมนต์เข้าไปใน ยูเนียนและอินเตอร์เซกชั่น
   เช่น $(A \cup B)'$ = ... และ $(A \cap B)'$ = ...
5. ถ้า $A \subset B$ แล้วจะได้ $B' \subset A'$
6. U' = ...
7. $\varnothing'$ = ...

ผลต่าง (Difference)

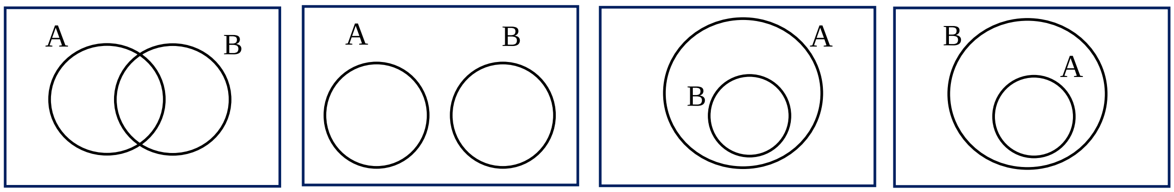
บทนิยาม ผลต่างระหว่างเซต A และ เซต B คือ**เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซต A ซึ่งไม่เป็นสมาชิกของเซต B** ผลต่างของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A-B$ อ่านว่า A ลบ B

$$A-B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \notin B\}$$

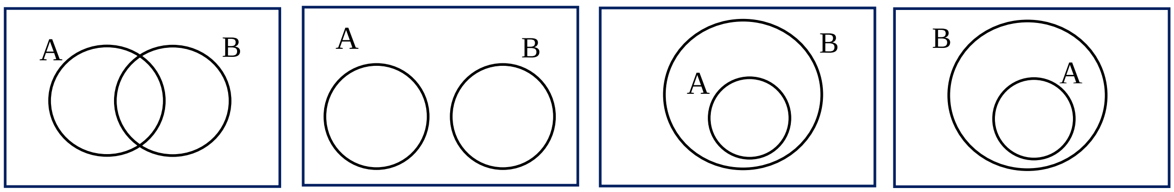
$$B-A = \{x \mid x \in B \text{ และ } x \notin A\}$$

ตัวอย่างแผนภาพ A – B และ B – A

A-B ⇨



B-A ⇨



ตัวอย่างที่ 36 กำหนด $A=\{1,3,5\}, B=\{2,3,4\}$, $C=\{1,5,6\}$ จงหา

1. $A-B=$ ....
2. $B-A$ = ...
3. $B-C$ = ...
4. $C-B$ = ...
5. $A \cap B'$ = ...
6. $\varnothing - A$ = ...
7. $A-\varnothing$ = ...
8. $C-(A \cup B)$ = ...
9. $C-(A \cap B)$ = ...
10. $(C-A) \cup (C-B)$ = ...
11. $(C-A) \cap (C-B)$ = ...

ข้อสังเกต จากตัวอย่างจาก ผลต่าง จะได้ว่า

1. $A-B$ ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ $B-A$ ซึ่ง

   $A-B=B-A$ ก็ต่อเมื่อ .... และจะได้ว่า $A-B=B-A=$ ....

2. มีสมบัติการกระจาย คือ ....

   เช่น $C-(A \cup B)=$ .... และ $C-(A \cap B)=$ ....

3. $A-B=$ ....

4. $U-A=$................ และ $A-U=$ ....

5. $\varnothing - A=$................ และ $A-\varnothing=$ ....

สรุปสมบัติของเซตกับ Operation

ให้ A,B และ C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์

1. กฎการมีเอกลักษณ์ (Identity Laws)

- $A \cup \varnothing = A$
- $A \cup \mathrm{U} = \mathrm{U}$
- $A \cap \varnothing = \varnothing$
- $A \cap \mathrm{U} = A$

2. กฎไอเดมโพเทม (Idempotem Laws)

- $A \cup A = A$
- $A \cap A = A$

3. กฎการสลับที่ (Communitive Laws)

- $A \cup B = B \cup A$
- $A \cap B = B \cap A$

4. กฎการเปลี่ยนกลุ่ม (Associative Laws)

- $A \cup (\mathrm{B} \cup \mathrm{C}) = (\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) \cup \mathrm{C}$
- $A \cap (\mathrm{B} \cap \mathrm{C}) = (\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) \cap \mathrm{C}$

5. กฎการแจกแจง (Distributive Laws)

- $A \cup (\mathrm{B} \cap \mathrm{C}) = (\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) \cap (\mathrm{A} \cup \mathrm{C})$
- $A \cap (\mathrm{B} \cup \mathrm{C}) = (\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) \cup (\mathrm{A} \cap \mathrm{C})$
- $A - (\mathrm{B} \cup \mathrm{C}) = (\mathrm{A} - \mathrm{B}) \cap (\mathrm{A} - \mathrm{C})$
- $A - (\mathrm{B} \cap \mathrm{C}) = (\mathrm{A} - \mathrm{B}) \cup (\mathrm{A} - \mathrm{C})$

6. Absorption Laws

- $A \cup (A \cap B) = A$
- $A \cap (A \cup B) = A$

7. De Morgens Laws

- $(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})' = A' \cup B'$
- $(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})' = \mathrm{A}' \cap \mathrm{B}'$
- $(\mathrm{A} \cup \mathrm{B} \cup \mathrm{C} \ldots)' = \mathrm{A}' \cap \mathrm{B}' \cap \mathrm{C}' \cap \ldots$
- $(\mathrm{A} \cap \mathrm{B} \cap \mathrm{C} \ldots)' = \mathrm{A}' \cup \mathrm{B}' \cup \mathrm{C}' \cup \ldots$

8. Complement

- $\varnothing' = \mathrm{U}$
- $\mathrm{U}' = \varnothing$
- $A \cap A' = \varnothing$
- $A \cup A' = \mathrm{U}$
- $(A')' = \mathrm{A}$

9. ผลต่าง (Difference)

- $A - B = A \cap B' = B' - A'$
- $A - B \neq B - A$
- $A - A = \varnothing$
- $A - \varnothing = A$
- $A - \mathrm{U} = \varnothing$
- $A - A' = A$ และ $A' - A = A'$

10. สับเซต (subset)

ถ้า $A \subset B$ แล้ว

- $A \cap B = A$
- $A \cup B = B$
- $A - B = \varnothing$
- $B' \subset A'$

11. เซตว่าง (empty sets)

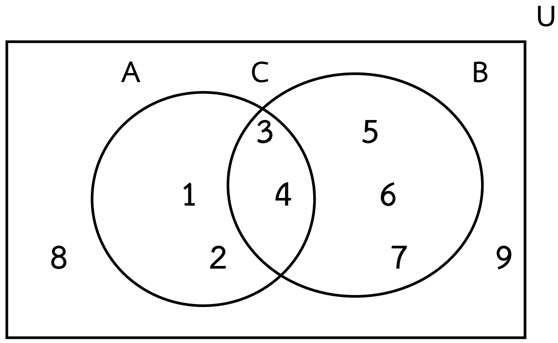
- $A \cup B = \varnothing$ แล้ว $A = \varnothing$ และ $B = \varnothing$
- $A \cap B = \varnothing$ แล้ว $A = \varnothing$ หรือ $B = \varnothing$

Worksheet7 **การดำเนินการระหว่างเซต**

ชื่อ - นามสกุล...ชั้น ม.4/................. เลขที่.......................

ตอนที่ 1 : แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์

1. จากแผนภาพที่กำหนด จงหาเซตต่อไปนี้



1. A = ...

2. B = ...

3. C = ...

2. จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงเขียนแผนภาพเซตเหล่านั้น เมื่อกำหนด U เป็นเซตของจำนวนนับ

2.1 A= { 1,2,3,4, ... ,10}

B = {1,3,5,7,9}

2.2 U= { 1,2,3,4, ... ,10}

A= {1,3,5,7,9} , B = {1,3,5}

2.3 U= { 1,3,5,7,9,11,13}

A = {1,7,11} , B = {5, 7, 9}

2.4 U= { 1,3,5,7,9,11,13}

A = {1,5,11} , B = {3, 7, 9}

2.5 U= { 1,2,3,4, ... ,10}

A= {1,3,5,9 } , B = {2,3,5,10},

C= {2,4,8}

2.6 U= { 1,2,3,4, ... ,10}

A= {2,5,6,8,9 } , B = {3,5,7,8},

C= {4,5,7,9}

2.7 U= { 1,2,3,4, ... ,10}

A= {1,3,4,5,7,8} , B = {4,5,6,8,9}, C= {4,5,8}

C= {4,5,8}

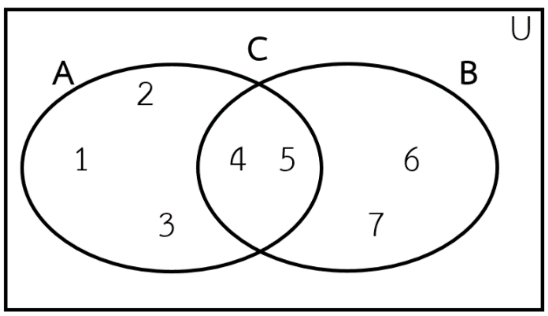
2.8 U= { 1,2,3,4, ... ,10}

A= {6,8,9 } , B = {1,3,4,5,7},

C= {2,4,5,6,8,9}

3. จงเขียนเซตให้สอดคล้องกับแผนภาพ และเติมสัญลักษณ์ $\subset$ หรือ $\not\subset$ ให้ถูกต้อง

3.1



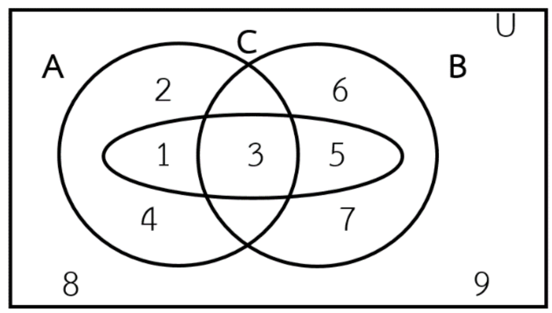
A = ……………………………………………

B = ……………………………………………

U = ……………………………………………………

A…………B , A…………..U

3.2



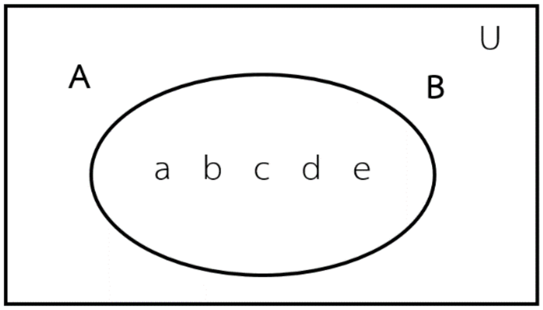
A = ………………………………………………

B = ………………………………………………

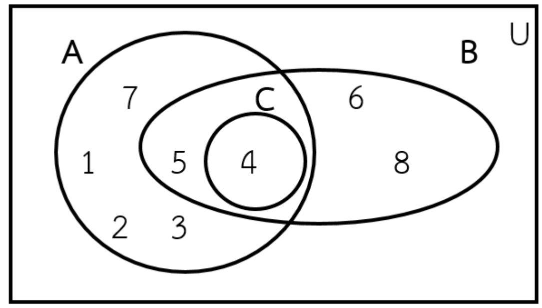
C = …………………………………………………

C……………A , C…………………B

3.3



3.4



A = ...

B = ...

A..............B , B................A

A = ...

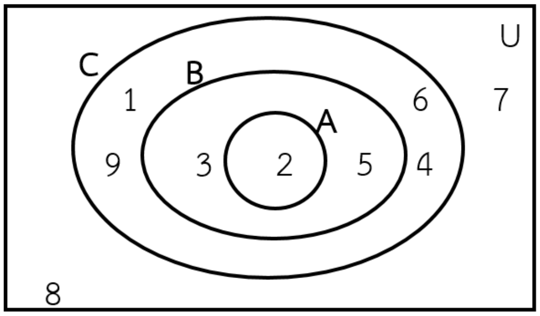
B = ...

C = ...

C...........A , C...........B

B...........A , C.............U

3.5



A = ...

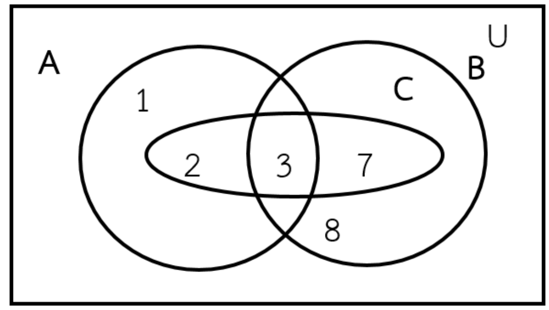
B = ...

C = ...

U = ...

B...........A , C.............A

3.6



A = ...

B = ...

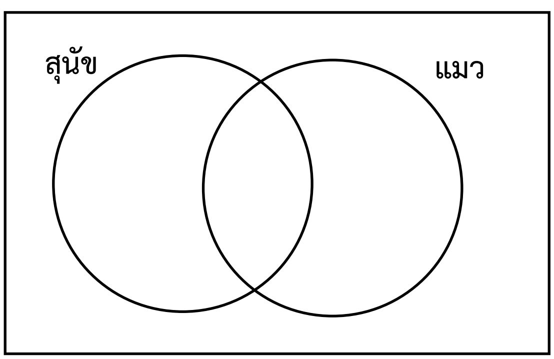
C = ...

U = ...

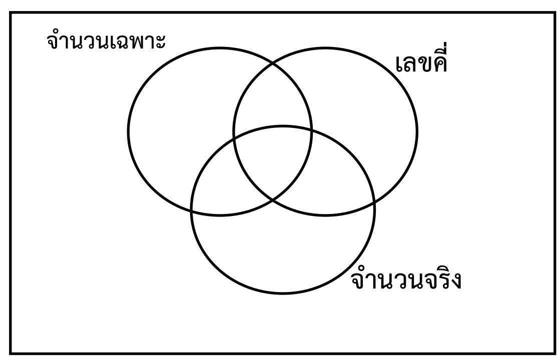
A...........B , B.............U , C...........U

4. จงแรเงาลงในพื้นที่ให้ถูกต้อง

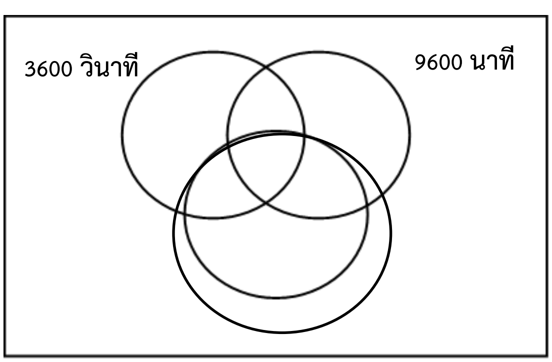
4.1 พุดเดิ้ลเป็นสมาชิกของเซตอะไร



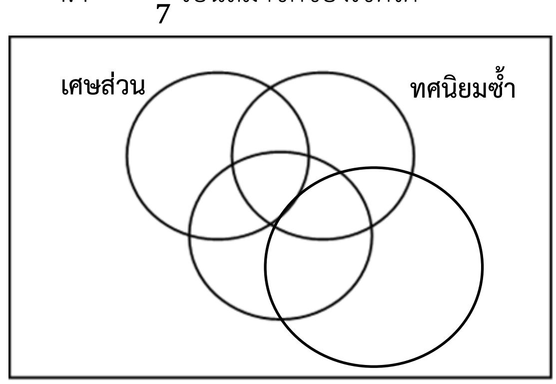
4.2 13 เป็นสมาชิกของเซตใด



4.3 1 วัน เป็นสมาชิกของเซตใด



4.4 $\frac{1}{7}$ เป็นสมาชิกของเซตใด



24 ชั่วโมง **จำนวนเต็ม**

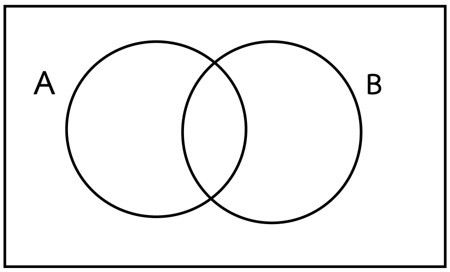
ตอนที่ 2 : การดำเนินการระหว่างเซต

ข้อ	คำถาม	คำตอบ
1.	ถ้า $A=\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$ และ $B=\{\varnothing,\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}$ จงหา	
	1.1 $A\cup B$	....
	1.2 $A\cup P(A)$	....
	1.3 $P(A)\cap P(B)$	....
	1.4 $P(\mathrm{A}\cup \mathrm{B})$	....
	1.5 $\{\varnothing\}\cup \mathrm{A}$	....
2.	กำหนดให้ A,B และ C เป็นเซตใดๆ จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด	
	2.1 $\varnothing\cup A\subset A$	....
	2.2 $\varnothing\cap A\in P(A)$	....
	2.3 ถ้า $A\subset A\cup B$ แล้ว $B\subset A\cup B$	....
	2.4 ถ้า $A\subset B$ และ $A\subset C$ แล้ว $A\not\subset B\cup C$	....
	2.5 ถ้า $B\subset A$ และ $C\subset A$ แล้ว $B\cup C\subset A$	....
3.	กำหนด $A=\{1,\{1\},\{1,2\}\}$ และ $B=\{\{1\},\varnothing\}$ จงหา	
	3.1 $P(A)\cap P(B)$	....
	3.2 $A\cup P(B)$	....
	3.3 $P(A)\cup A$	....
	3.4 $\varnothing\cup\{\mathrm{A}\}$	....
	3.5 $\{\mathrm{A}\}\cup\{\mathrm{B},1\}$	....
4.	กำหนดให้ A,B และ C เป็นเซตใดๆ จงพิจารณาว่าข้อต่อไปนี้ถูกหรือผิด	
	4.1 ถ้า $A\subset B$ แล้ว $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\mathrm{A}$	....
	4.2 ถ้า $A\subset B$ และ $\mathrm{B}\in\mathrm{C}$ แล้ว $\mathrm{A}\subset\mathrm{C}$	....
	4.3 ถ้า $A\subset B$ และ $\mathrm{P(A)}\cap\mathrm{P(B)}=\mathrm{P(A)}$	....

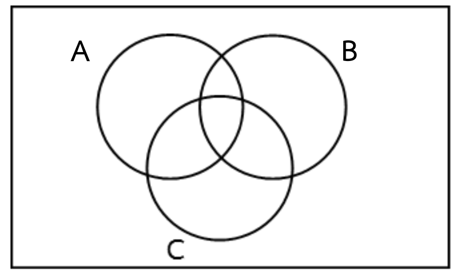
	4.4 ถ้า $A\cap B$ เป็นเซตจำกัดแล้ว $B\cap(A\cup B)$ เป็นเซตจำกัด	....
	4.5 ถ้า $A\subset B$ หรือ $A\subset C$ แล้ว $A\subset B\cup C$	....
	4.6 ถ้า $A\cap B=A\cup B$ แล้ว $B=A$	....
	4.7 ถ้า $A\cap B=B\cap C$ แล้ว $A=C$	....

5. จงแรงเงาแผนภาพแทนเซตที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

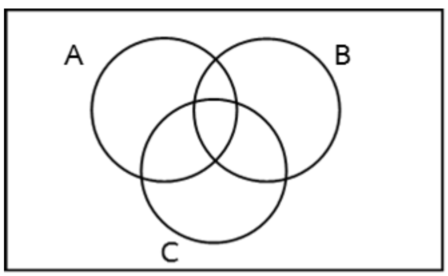
5.1 $A'\cup(A\cap B')$



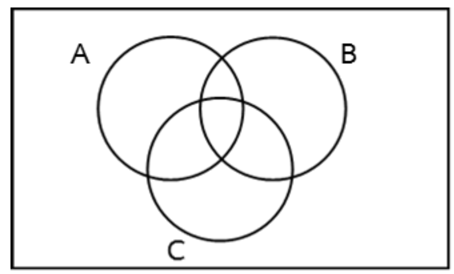
5.2 $(A\cap B)\cap C$



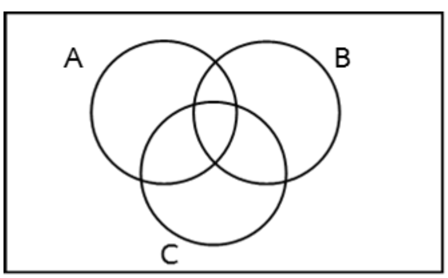
5.3 $A\cup(B\cap C)$



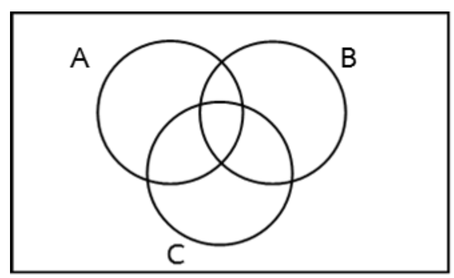
5.4 $B\cap(A\cup C)$



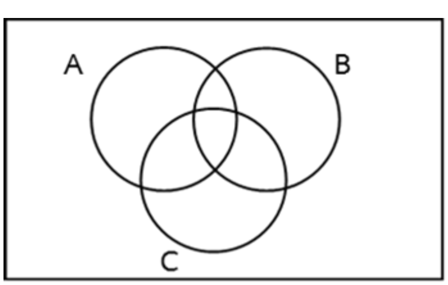
5.5 $(A\cap C)\cup B$



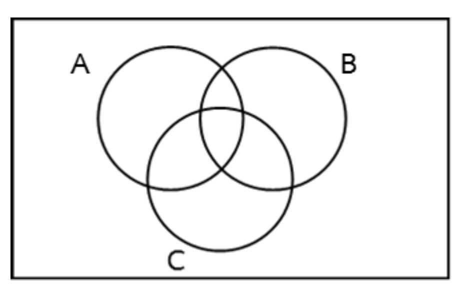
5.6 $A-(B\cup C)'$



5.7 $(A\cap B')-(C-A')$



5.8 $(A\cup B)'\cap(A'\cup C)$



ข้อ	คำถาม	คำตอบ
6.	ให้ $U=\{0,1,2,\{2\},\{1,2\}\}, A=\{0,1,2\}, B=\{1,2,\{2\}\}$ จงพิจารณาว่าข้อต่อไปนี้ถูกหรือผิด 6.1 $(A'\cap B')-A=B'$ 6.2 $(A\cap B')\cap(A'\cap B)=A\cup B$ 6.3 $A-(A\cap B)=A-B$	 ....

7. ถ้า $A\cup B\cup C=\{1,2,3,\ldots,10\}$, $A=\{1,3,5,7,9\}$, $B=\{1,4,5,9,10\}$ และ

$(A\cap B)-C=\{1,5,9\}$

จงหาเซต C

....

....

....

....

8. กำหนดให้ $U=\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $A=\{5,6,7\}$, $B=\{6,7,8,9\}$ และ $C=\{2,3,4,5\}$ จงหา

8.1 $P(A)\cap P(A)$

....

....

8.2 $P(A)\cap P(C)$

....

....

8.3 $P(A')\cap P(B')$

....

....

8.4 $P(C-A)\cap P(C-B)$

....

....

8.5 $P(A)\cap P(B')\cap P(C)$

....

....

9. กำหนดให้ $U=\{1,2,3,\ldots,8\}$, $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{4,5,6,7\}$ และ $C=\{4,5,8\}$ จงหา

5.1 $A\cap B'$

....

....

5.2 $A\cup(B\cap C')$

....

....

5.3 $(A'\cap B')\cup C$

....

....

5.4 $A\cup(B\cap C)'$

....

....

5.5 $A-(B-C)'$

....

....

5.6 $A\cup(B-C')'$

....

....

5.7 $(B\cap C')'-(B-C')'$

....

....

5.8 $B'\cap(B'-C)$

....

....

5.9 $A\cap(A'\cap B'\cap C')'$

....

....

5.10 $(A\cap C')\cup(B\cap A')$

....

....

วนสมาชิกของเซตจำกัด

การหาจำนวนสมาชิกของเซต สามารถทำได้สองวิธี คือ

1. หาโดยใช้แผนภาพ

2. หาโดยใช้สูตรการหาจำนวนสมาชิกของเซต

การหาโดยใช้แผนภาพ

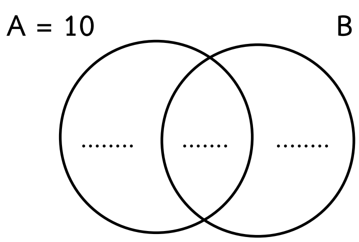
หลักการโดยทั่วไป

1. เขียนแผนภาพแทนเซตต่างๆ
2. การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนสมาชิกของเซต ให้ยึดหลักดังนี้
   2.1 ถ้ารู้ว่าจำนวนสมาชิกส่วนใดส่วนหนึ่งของเซต ก็ให้เขียนลงในส่วนนั้นได้เลย
   2.2 ถ้าตัวเลขนั้นแสดงปริมาณครอบคลุมพื้นที่หลายส่วนให้เขียนเลขนั้นไว้นอกแผนภาพก่อน
3. บางครั้งพื้นที่บางส่วนไม่ทราบปริมาณของสมาชิก อาจสมมุติให้เป็น x, y
4. การแก้ปัญหาบางครั้งอาจมีการแก้สมการ เพื่อหาค่า x, y

<u>**แผนภาพแบบ 2 วง**</u>

ตัวอย่างที่ 37 ถ้า $n(A)=10$, $n(B)=8$ และ $n(A\cap B)=5$ แล้ว จงหา $n(A\cup B)$

วิธีทำ เขียนแผนภาพ

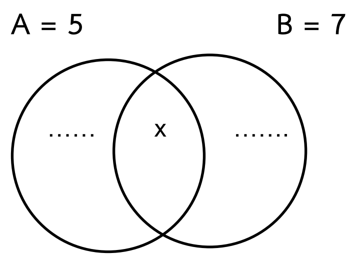


ดังนั้น $n(A\cup B)=$ .... **#**

ตัวอย่างที่ 38 ถ้า $n(A)=5$, $n(B)=7$ และ $n(A\cup B)=10$ แล้ว จงหา $n(A\cap B)$

วิธีทำ เขียนแผนภาพ

ให้ $A\cap B=x$ จะได้ว่า



จากแผนภาพจะได้

$n(A\cup B)$ = ...

.... = ...

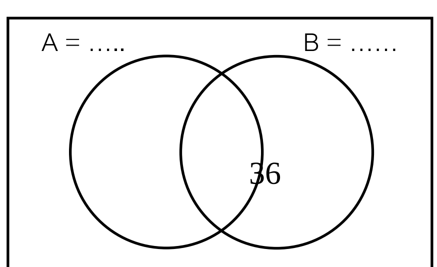
.... = ... $\therefore\ n(A\cap B)=$ ………………… #

ตัวอย่างที่ 39 ถ้า U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ A และ B เป็นเซตใดๆ ที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์

ถ้า $n(U)=100,\ n(A)=50,\ n(B)=40$ และ $n(A\cap B)=20$ จงหา

วิธีทำ

$U=100$



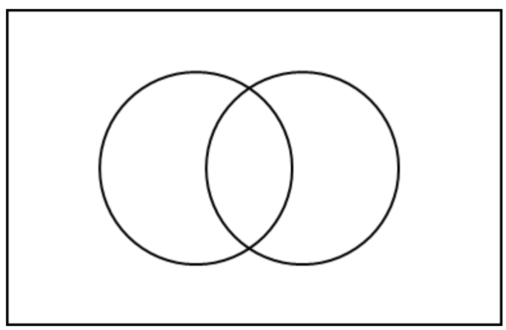
…..

1. $n(A \cup B)$ = ……………………………………………………………..
2. $n(A-B)$ = ……………………………………………………………..
3. $n(B-A)$ = ……………………………………………………………
4. $n(A \cap B') = n(A-B)$ = …………………………………………..
5. $n(A' \cup B') = n(A \cap B)'$ = ……………………………………………
6. $n(A' \cap B') = n(A \cup B)'$ = …………………………………………

ตัวอย่างที่ 40 ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด ที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ U

ถ้า $n(U) = 20$, $n(A) = 10$, $n(B) = 8$ และ $n(A \cap B) = 5$ แล้ว จงหา

วิธีทำ



1. $n(A \cup B)$ = ………………………………………………………………
   = ………………………………………………………………
   = ………………………………………………………………
2. $n(A-B)$ = ………………………………………………………………
   = ………………………………………………………………
   = ………………………………………………………………
3. $n(B-A)$ = ………………………………………………………………
   = ………………………………………………………………
   = ………………………………………………………………
4. $n(A \cup B)'$ = ………………………………………………………………
   = ………………………………………………………………
   = ………………………………………………………………
5. $n(A' \cup B') = n(A \cap B)'$
   = ………………………………………………………………

= ....

6. $n(A \cup B')$ = ...

= ....

= ....

7. $n(B)'$ = ...

= ....

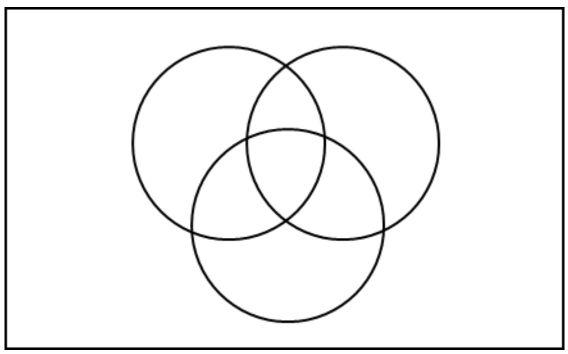
8. $n(A \cap B') = n(A - B)$

= ....

= ....

ตัวอย่างที่ 41 ถ้า U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ A, B และ C เป็นเซตใดๆ ที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ ถ้า $n(U) = 100$, $n(A) = 45$, $n(B) = 40$, $n(C) = 35$, $n(A \cap B) = 10$, $n(A \cap C) = 14$, $n(B \cap C) = 12$ และ $n(A \cap B \cap C) = 1$ จงหา $n(A \cup B \cup C)$

วิธีทำ กำหนดให้ ....



....

....

....

....

....

....

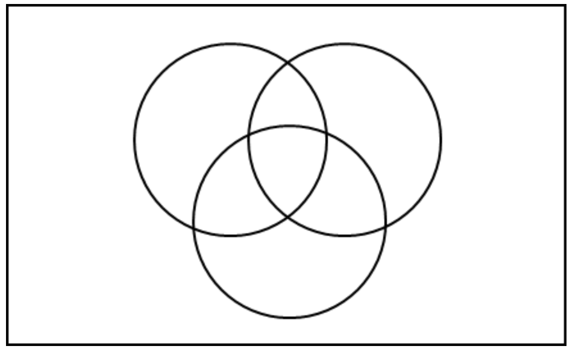
....

<u>แผนภาพแบบ 3 วง</u>

ตัวอย่างที่ 42 ถ้า U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ A, B และ C เป็นเซตใดๆ ที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ ถ้า $n(U) = 200$, $n(A \cup B \cup C) = 80$, $n(A) = 40$, $n(B) = 30$ และ $n(C - (A \cup B)) = 35$

จงหา $n(A \cup B)$, $n(A' \cup B')$ และ $n(A \cap B')$

วิธีทำ กำหนดให้ ....



....

....

....

....

....

รหาโดยใช้สูตรสำเร็จ

หลักการทำโดยทั่วไป

1. อ้างอิงสูตรการหาจำนวนสมาชิก จากนั้นแทนค่าสิ่งที่เราทราบ แล้วหาคำตอบ
2. ในบางครั้ง การแก้สมการ อาจมีการผสมผสานระหว่างการใช้แผนภาพและการใช้สูตร

สูตรการหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

ให้ A และ B เป็นเซตจำกัด

$n(A)$ แทน จำนวนสมาชิกของเซต A

$n(B)$ แทน จำนวนสมาชิกของเซต B

1. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
2. $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$
3. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$
4. $n(A') = n(U) - n(A)$
5. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

<u>**หมายเหตุ**</u>

$$n(U) + n(A \cup B \cup C)' = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

Worksheet8 **จำนวนสมาชิกของเซต**

ชื่อ - นามสกุล...ชั้น ม.4/................ เลขที่....................

1. กำหนดให้ A, B เป็นสับเซตของ U และ $n(\mathrm{U}) = 100$ โดยที่ $n(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 40$, $n(\mathrm{A}) = 30$ และ

$n(\mathrm{A} - \mathrm{B})' = 90$

จงหา

1.1 $n(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$

....

....

1.2 $n(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})'$

....

....

1.3 $n(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})'$

....

....

1.4 $n(\mathrm{B} - \mathrm{A})$

....

....

1.5 $n(B' - A')$

....

....

....

....

2. ให้ A, B เป็นสับเซตของ U โดยที่ $n(\mathrm{U}) = 80$, $n(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 40$, $n(\mathrm{A}) = 30$ และ $n(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 10$ จงหา

2.1 $n(\mathrm{B} - \mathrm{A})$

....

....

2.2 $n(\mathrm{A} - \mathrm{B})$

....

....

2.3 $n(\mathrm{A}' \cap \mathrm{B})'$

2.4 $n(\mathrm{A}' \cup B')$

....

....

2.5 $n(A'-B')$

....

....

3. ให้ A, B และ C เป็นสับเซตของ U โดยที่ $n(U)=200$, $n(A\cap B\cap C)=5$, $n(A\cap B)=7$ และ $n(A\cap B)=6$, $n(B\cap C)=8$, $n(A\cup B\cup C)'=60$, $n(A')=140$, $n(B')=150$ จงหา

3.1 $n(C)$

....

....

3.2 $n(A\cup B\cup C)$

....

....

3.3 $n(A-(B\cap C)')'$

....

....

3.4 $n(A'\cup(B\cup C'))$

....

....

3.5 $n((A\cup B)'\cup(B\cup C)')$

....

....

3.6 $n((A\cap C')\cup(B\cap C'))$

....

....

3.7 $n(C'\cup((A\cup B)-C)')$

....

....

3.8 $n((A\cap B)'-C)$

....

....

4. ให้ A, B และ C เป็นสับเซตของ U โดยที่ $n(\varnothing')=150$, $n(A-(B\cup C))=10$, $n(B\cap(A\cup C)')=5$ และ $n(C\cap(A\cup B)')=10$, $n(A\cup B\cup C)'=80$, $n(A\cap B\cap C)'=145$, $n(A\cap B)=7$, $n(B)=40$ จงหา

4.1 $n((A\cap C)-B)$

4.2 $n(A-(B\cup C))$

....

....

4.3 $n(B\cap(A\cup C)')$

4.4 $n(A\cap(B-C)')$

....

....

4.5 $n((A'\cap B')\cup(B'\cap C'))$

....

การหาจำนวนสมาชิกของเซต
แบบโจทย์ปัญหา

ลักษณะโจทย์แบบนี้จะเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันมาให้ ในการแก้ปัญหามักจะนำข้อความนั้นๆ มาแปรสภาพให้เป็นแผนภาพ พร้อมทั้งอ่านและแปลความหมายของส่วนต่างๆมาในรูปแบบของข้อความ

การแปลความหมายของแผนภาพประเภท 2 วง

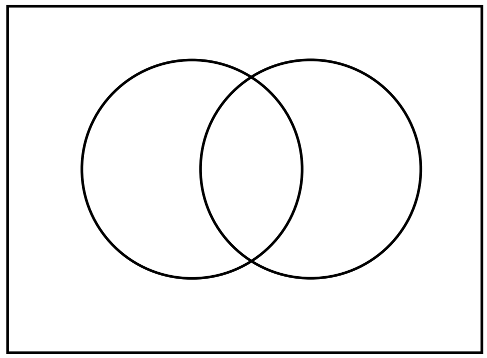
ตัวอย่างที่ 43 จากการสำรวจนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 50 คน เกี่ยวกับวิชาที่ชอบ ปรากฏว่าชอบคณิตศาสตร์ 10 คน ชอบภาษาไทย 20 คน และชอบทั้งคณิตศาสตร์และภาษาไทย 5 คน จงหาจำนวนนักเรียนที่

1. จำนวนนักเรียนที่ชอบคณิตศาสตร์อย่างเดียว
2. จำนวนนักเรียนที่ชอบภาษาไทยอย่างเดียว
3. จำนวนนักเรียนที่ไม่ชอบคณิตศาสตร์หรือไม่ชอบวิชาภาษาไทย
4. จำนวนนักเรียนที่ไม่ชอบทั้งสองวิชา

วิธีทำ เขียนแผนภาพแทนข้อความ

A = ...

B = ...



Tip!!! หาส่วนที่แคบที่สุดก่อนให้ได้ว่ามีสมาชิกกี่ตัว

ขั้นแรก : หา $A \cap B$ = ... จากนั้นเราจะได้บริเวณที่เหลือว่าแต่ละบริเวณจะมีสมาชิกเท่าไร

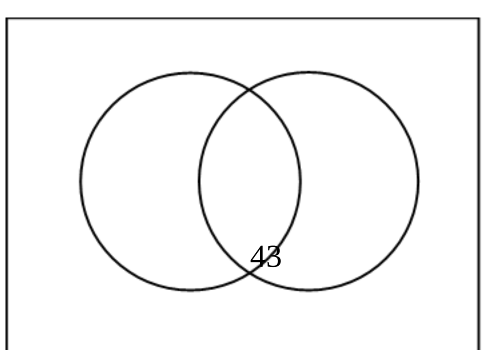
ขั้นสอง : เริ่มตอบคำถามของโจทย์ได้ โดยใช้แผนภาพและการแปลความหมาย

ตอบคำถาม

1. ชอบคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว = ...
2. ชอบภาษาไทยอย่างเดียว = ...
3. ไม่ชอบคณิตศาสตร์หรือไม่ชอบวิชาภาษาไทย = ...
4. ไม่ชอบทั้งสองวิชา = ...

ตัวอย่างที่ 44 จากการสำรวจนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 100 คน นักเรียน 60 คนชอบวิชาฟิสิกส์ นักเรียน 30 คนชอบวิชาเคมี นักเรียนที่ไม่ชอบทั้งสองวิชา 30 คน จงหาจำนวนนักเรียนที่ชอบทั้งฟิสิกส์และเคมี

วิธีทำ เขียนแผนภาพแทนข้อความ



A = ...

B = ...

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

ตัวอย่างที่ 45 จากการสอบถามนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 50 คน เกี่ยวกับกีฬาที่ชอบปรากฏว่า ชอบฟุตบอล 32 คน ชอบเทนนิส 25 คน และชอบทั้งฟุตบอลและเทนนิส 17 คน จงหาจำนวนนักเรียนที่

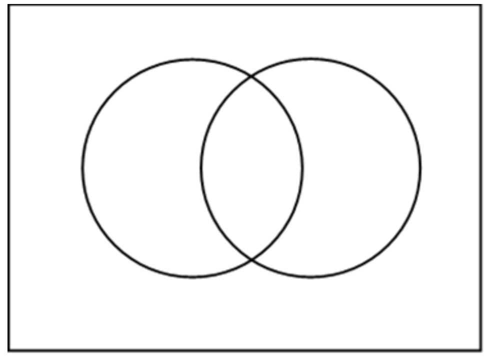
1. ชอบฟุตบอลเพียงอย่างเดียว
2. ชอบเทนนิสอย่างเดียว
3. ชอบฟุตบอลหรือเทนนิส
6. ชอบกีฬาอย่างน้อย 1 ชนิด
7. ชอบกีฬาอย่างมาก 1 ชนิด
8. ชอบฟุตบอลแต่ไม่ชอบเทนนิส

4. ไม่ชอบฟุตบอลและเทนนิส

5. ชอบกีฬาประเภทเดียว

9. ไม่ชอบฟุตบอลหรือไม่ชอบเทนนิส

วิธีทำ เขียนแผนภาพแทนข้อความ



A = ...

B = ...

Tip!!! หาส่วนที่แคบที่สุดก่อนให้ได้ว่ามีสมาชิกกี่ตัว

ขั้นแรก : หา $A \cap B$ = ... จากนั้นจะได้บริเวณที่เหลือว่าแต่ละบริเวณจะมีสมาชิกเท่าไร

ขั้นสอง : เริ่มตอบคำถามของโจทย์ได้ โดยใช้แผนภาพและการแปลความหมาย

ตอบคำถาม

1. ชอบฟุตบอลเพียงอย่างเดียว = ...

2. ชอบเทนนิสอย่างเดียว =..

3. ชอบฟุตบอลหรือเทนนิส = ...

4. ไม่ชอบฟุตบอลและเทนนิส = ...

5. ชอบกีฬาประเภทเดียว = ...

....

6. ชอบกีฬาอย่างน้อย 1 ชนิด = ...

....

7. ชอบกีฬาอย่างมาก 1 ชนิด = ...

....

8. ชอบฟุตบอลแต่ไม่ชอบเทนนิส = ...

....

9. ไม่ชอบฟุตบอลหรือไม่ชอบเทนนิส= ....

....

การแปลความหมายของแผนภาพประเภท 3 วง

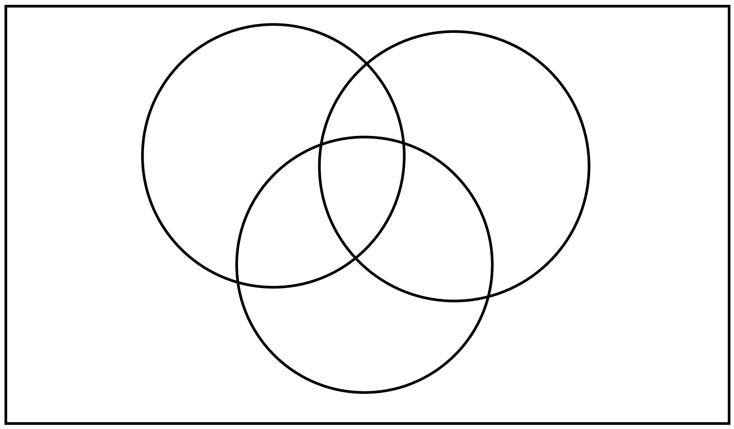
ตัวอย่างที่ 46 จากการสัมภาษณ์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 110 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งเกี่ยวกับกีฬาที่นักเรียนชอบ ปรากฏผลดังนี้

ชอบฟุตบอล	25	คน
ชอบบาสเกตบอล	45	คน

ชอบวอลเลย์บอล	48	คน
ชอบฟุตบอลและบาสเกตบอล	6	คน
ชอบฟุตบอลและวอลเลย์บอล	10	คน
ชอบบาสเกตบอลและวอลเลย์บอล	8	คน
ไม่ชอบกีฬาใดเลยในสามประเภทนี้	11	คน

จงหาจำนวนนักเรียนที่ชอบกีฬาทั้งสามประเภท

วิธีทำ เขียนแผนภาพจากโจทย์ได้ดังนี้



A = ...

B = ...

C = ...

....

....

....

....

....

....

....

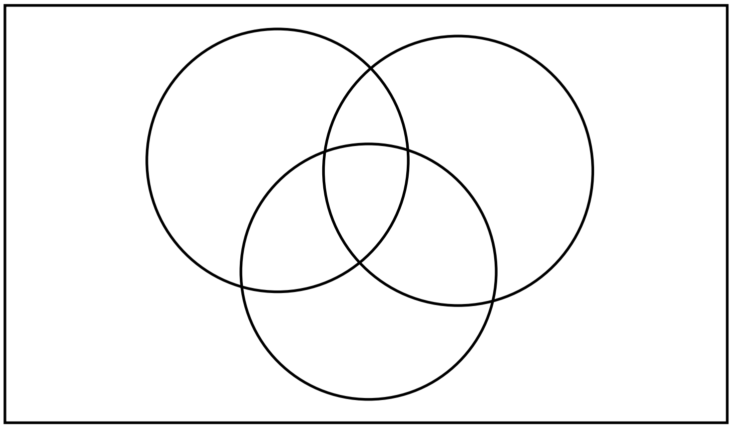
....

....

....

ตัวอย่างที่ 47 นักเรียนห้องหนึ่งมีนักเรียน 8 คนที่ไม่ชอบเที่ยวพัทยา มีนักเรียน 6 คนไม่ชอบไปเที่ยวเชียงใหม่ มีนักเรียน 5 คนที่ไม่ชอบเที่ยวภูเก็ต มีนักเรียน 4 คนไม่ชอบไปเที่ยวทั้งพัทยาและเชียงใหม่ มีนักเรียน 3 คนไม่ชอบไปเที่ยวทั้งพัทยาและภูเก็ต มีนักเรียน 2 คนไม่ชอบไปเที่ยวทั้งภูเก็ตและเชียงใหม่ มีนักเรียน 1 คนไม่ชอบไปเที่ยวทั้งสามแห่ง และมีนักเรียน 35 คนชอบไปเที่ยวทั้งสามแห่ง จำนวนนักเรียนในห้องนี้ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

วิธีทำ เขียนแผนภาพจากโจทย์ได้ดังนี้



A = ...

B = ...

C = ...

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

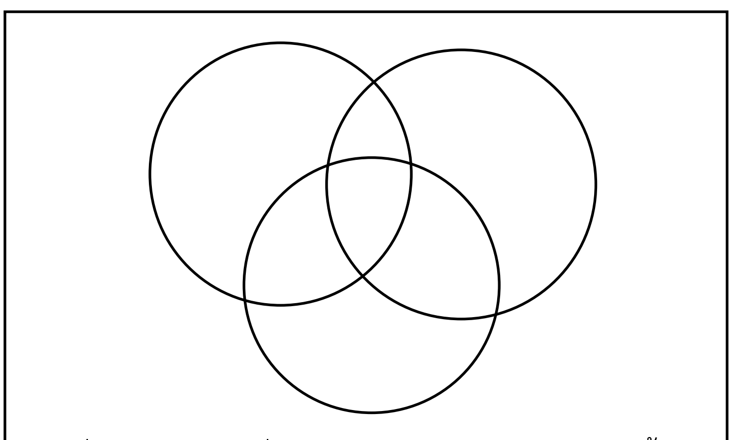
....

....

ตัวอย่างที่ 48 ในการสำรวจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งจำนวน 69 คน ซึ่งต้องลงทะเบียนเรียน อย่างน้อย 1 วิชา พบว่า นักเรียนลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 30 คน วิชาภาษาอังกฤษ 27 คน วิชาภาษาไทย 41 คน วิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาอังกฤษ 19 คน วิชาภาษาอังกฤษและวิชาภาษาไทย 7 คน วิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาไทย 8 คน จงหา

1. จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพียงวิชาเดียว
2. จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาภาษาอังกฤษเพียงวิชาเดียว
3. จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาภาษาไทยเพียงวิชาเดียว
4. จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาอังกฤษแต่ไม่ลงทะเบียนเรียนวิชาภาษาไทย
5. จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาไทยแต่ไม่ลงทะเบียนเรียนวิชาภาษาอังกฤษ
6. จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาภาษาอังกฤษและวิชาภาษาไทยแต่ไม่ลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์
7. จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนทั้ง 3 วิชา
8. จำนวนนักเรียนที่ไม่ลงทะเบียนเรียนวิชาใดเลยในสามวิชานี้
9. จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนวิชาเดียว
10. จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนทั้ง 2 วิชา
11. จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนอย่างน้อย 1 วิชา
12. จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนอย่างมาก 1 วิชา

วิธีทำ เขียนแผนภาพจากโจทย์ได้ดังนี้



A = ...

B = ...

C = ...

Tip ควรเริ่มหาจากวงเล็กที่สุด คือ $n(A \cap B \cap C)$ ก่อน ดังนี้

....

....

....

....

....

Worksheet9

จำนวนสมาชิกของเซตแบบโจทย์ปัญหา

1. นักเรียนห้องหนึ่งมีทั้งหมด 80 คน มีนักเรียน 40 คนที่ไม่ชอบเรียนดนตรี มีนักเรียน 15 คนที่ชอบเรียนกีฬาแต่ไม่ชอบเรียนดนตรี จงหาจำนวนนักเรียนที่ชอบเรียนดนตรีหรือกีฬา

....

....

....

....

....

....

....

....

2. จากการสำรวจนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 120 คน เกี่ยวกับความนิยมในการดูข่าวและดูละคร พบว่า

ก. ผู้ที่ชอบดูข่าวจะไม่ชอบดูละคร

ข. มีผู้ชอบดูละครมากกว่าชอบดูข่าวจำนวน 60 คน

ค. มีผู้ที่ไม่ชอบดูละคร 40 คน

จงหา (1) จำนวนคนที่ชอบดูข่าว

(2) จำนวนคนที่ไม่ชอบดูทั้งสองรายการ

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3.จากการสำรวจชาวบ้านจำนวน 200 คน เกี่ยวกับความชอบในการรับประทานน้ำปลาแท้กับน้ำปลาผสม พบว่า ทุกคนที่ชอบน้ำปลาผสมจะชอบน้ำปลาแท้ มีคนที่ไม่ชอบน้ำปลาผสมจำนวน 80 คน และไม่ชอบน้ำปลาแท้จำนวน 40 คน จงหาจำนวนคนที่ชอบรับประทานน้ำปลาแท้เพียงอย่างเดียว

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. ในการศึกษาคนจำนวน 500 คน เกี่ยวกับความชอบในการรับประมานส้มตำ 3 ประเภท คือ ตำไทย ตำลาว ตำซั่ว พบว่า มีคนชอบตำลาวและตำไทย 40 คน ชอบตำลาวและตำซั่ว 30 คน ไม่ชอบตำลาว 300 คน โดยผู้ที่ชอบตำไทยจะไม่ชอบตำซั่ว จงหาจำนวนคนที่ชอบรับประทานตำลาวเพียงอย่างเดียว

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5. สำรวจนักเรียน 200 คน เกี่ยวกับความชอบในวิชาเรียน 3 วิชา พบว่า ทุกคนชอบอย่างน้อย 1 วิชามี นักเรียน 120 คนที่ชอบวิชาคณิตศาสตร์ มีนักเรียน 60 คน ที่ไม่ชอบคณิตศาสตร์และไม่ชอบภาษาอังกฤษ และมีนักเรียน 100 คนชอบวิชาภาษาอังกฤษ จงหาจำนวนนักเรียนที่ชอบวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ