เซต (Sets)

จัดทำโดย ครูจิรัต ทิพย์ประเสริฐ

ตำแหน่ง ครูผู้ช่วย โรงเรียนสิริรัตนาธร

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 2

เนื้อหาเรื่องเซตที่ต้องเรียน ครั้งที่ 1

1

วิธีการเขียนเซต

แบบแจกแจงสมาชิกและ
แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

2

เซตว่าง

สัญลักษณ์แทนคือ
$\varnothing$ หรือ { }

3

เซตจำกัด

เซตที่สามารถบอก
จำนวนสมาชิกได้

4

เซตอนันต์

เซตที่ไม่สามารถบอก
จำนวนสมาชิกได้

5

จำนวนสมาชิก

เซตจำกัดสามารถบอกจำนวน
สมาชิกในเซตได้

วิวัฒนาการของเซต (The Evolution of Set)

ในช่วงปลายศตวรรษที่ 19 นักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมัน ชื่อ **เกออร์ก คันทอร์ (Georg Cantor)** เป็นผู้ริเริ่มใช้คำว่า “เซต” จากนั้นนักคณิตศาสตร์จึงเริ่มใช้กันอย่างแพร่หลาย โดยความรู้เรื่องเซตสามารถนำมาเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์หลายๆเรื่อง เช่น ฟังก์ชัน ความน่าจะเป็น

ในวิชาคณิตศาสตร์ ใช้คำว่า “**เซต**” ในการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งของต่างๆ และเมื่อกล่าวถึงกลุ่มใดแล้วสามารถทราบได้แน่นอนว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่ม และสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม เช่น

- เซตของชื่อวันในสัปดาห์
- เซตของคำตอบของสมการ $x^2 - 4 = 0$
- เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 5

และเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า สมาชิก (Elements) เช่น

- **เซตของชื่อวันในสัปดาห์** มีสมาชิก 7 ตัว ได้แก่ จันทร์ อังคาร พุธ พฤหัส ศุกร์ เสาร์ และอาทิตย์
- **เซตของคำตอบของสมการ** $x^2 - 4 = 0$ มีสมาชิก 2 ตัว ได้แก่ -2 และ 2
- **เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 5** มีสมาชิก 5 ตัว ได้แก่ 1 2 3 4 และ 5

ตัวอย่างทดสอบความเข้าใจมโนทัศน์เบื้องต้นเรื่องเซต

ให้พิจารณาว่ากลุ่มของสิ่งใดต่อไปนี้เป็นเซต

- ❐ จำนวนเต็มบวกที่มีสองหลัก
- ❐ จำนวนเต็มลบ
- ❐ คนที่สวยที่สุดในระดับชั้น ม.4
- ❐ คำตอบของสมการ $x - 7 = x$

วิธีการเขียนเซต

วิธีการเขียนเซตมี 2 แบบ

แบบแจกแจงสมาชิก

เขียนสมาชิกทุกตัวของเซตลงในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา “ { } ” และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว

แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

ใช้ตัวแปรเขียนแทนสมาชิกแล้วบรรยายสมบัติของสมาชิกที่อยู่ในรูปของตัวแปร

ตัวอย่างการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก 1

เซตของชื่อวันในสัปดาห์

{ จันทร์, อังคาร, พุธ, พฤหัสบดี, ศุกร์, เสาร์, อาทิตย์ }

เซตของคำตอบของสมการ $x^2 - 4 = 0$

{ -2, 2 }

ตัวอย่างการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก 2

ให้เขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

1. เซตของตัวอักษรภาษาอังกฤษสี่ตัวสุดท้าย

2. เซตของจำนวนเต็มลบที่มีค่ามากกว่า -5

ตัวอย่างการบอกจำนวนสมาชิก

ให้บอกจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

ให้ A เป็นเซตของตัวอักษรภาษาอังกฤษสี่ตัวสุดท้าย

จำนวนสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย

ให้ B เป็นเซตของจำนวนเต็มลบที่มีค่ามากกว่า -5

จำนวนสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย

โดยทั่วไปแล้ว

เราจะเขียนแทนเซตด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B หรือ C และเขียนแทนสมาชิกของเซตด้วยตัวพิมพ์เล็ก เช่น a, b, c

เช่น A = { a, b, c } จะแทนเซต A ซึ่งมีสมาชิก 3 ตัว ได้แก่ a, b และ c

ครั้งเดียวก็เกินพอ

การเขียนแทนเซตแบบแจกแจงสมาชิก หากเซตนั้นมีสมาชิกที่ซ้ำกันเราจะเขียนสมาชิกแต่ละตัวเพียงครั้งเดียวเท่านั้น ตัวอย่างเช่น

ให้ D เป็นเซตของเลขโดดที่อยู่ในจำนวน 1211

จะได้ $D = \{ 1, 2 \}$

เซตของชื่อวันในสัปดาห์

A = { x | x เป็นชื่อวันในสัปดาห์ }

อ่านว่า “**โดยที่**” หรือ “**ซึ่ง**”

อ่านว่า A เป็นเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิก x โดยที่ x เป็นชื่อวันในสัปดาห์

ตัวอย่างการเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก 2

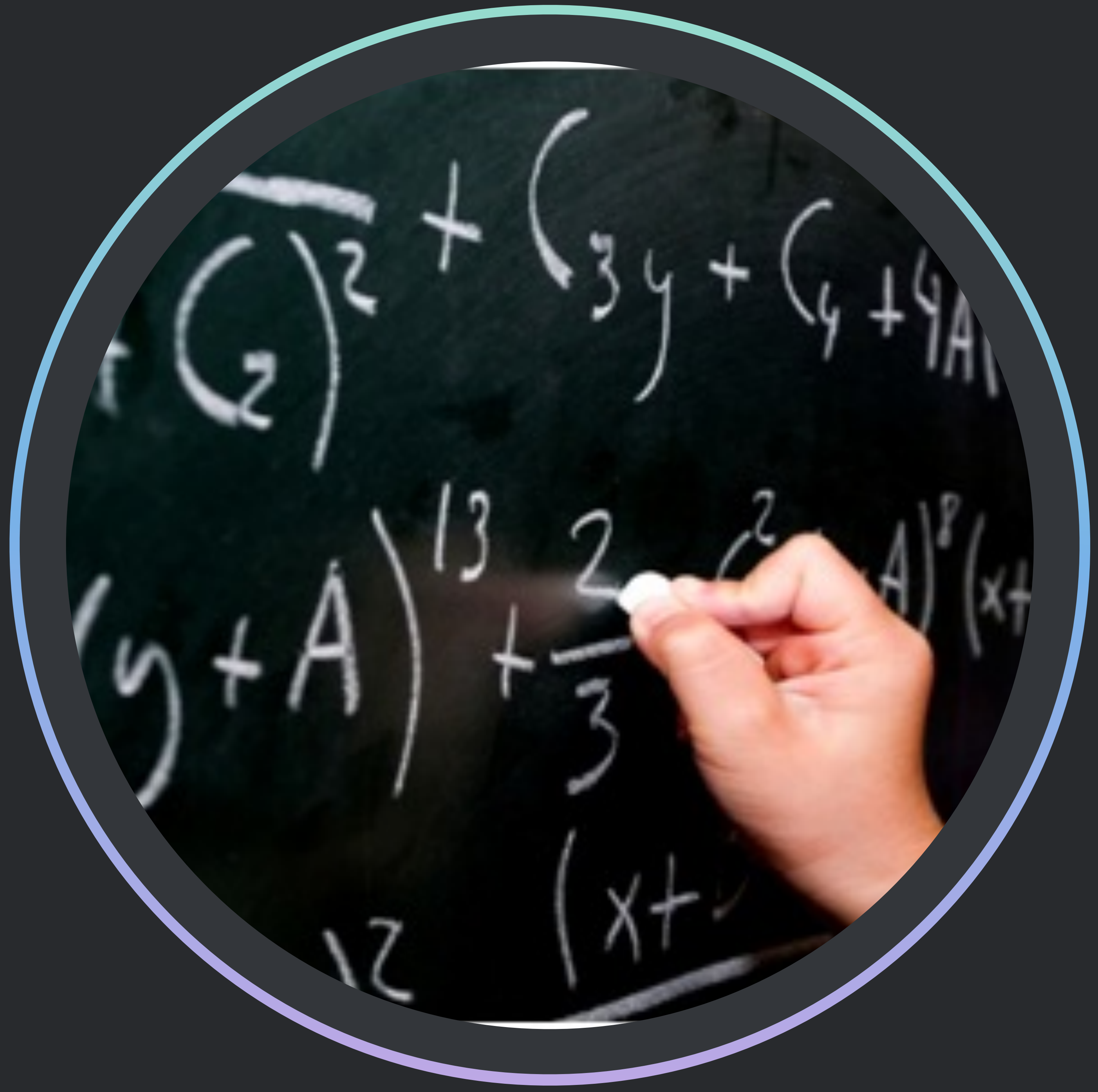
ให้เขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

1. $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

2. $C = \{1, 4, 9, 16, 25\}$

เซตว่าง (empty set หรือ null set)

เซตที่ไม่มีสมาชิก เรียกว่า “ **เซตว่าง** ”
เซตว่างเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ **{ }** ” หรือ “ ∅ ” (∅ เป็นอักษรกรีกตรงกับคำภาษาอังกฤษว่า phi) ตัวอย่างเช่น



ตัวอย่างเซตว่าง

B = { x | x เป็นจำนวนจริง และ x + 1 = x }

จะได้ว่า B = ∅ หรือ B = { }

C = { x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 1 และ 2 }

จะได้ว่า C = ∅ หรือ C = { }

เซตจำกัด (finite sets)

เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนเต็มบวกใดๆ หรือศูนย์เรียกว่า “ **เซตจำกัด** ”

ตัวอย่างของเซตจำกัด เช่น

{ 1, 2, 3, ..., 20 }

เซตของชื่อจังหวัดในประเทศไทยที่มีคำว่า “นคร”

ข้อสังเกต : เซตว่างเป็นเซตจำกัด

เซตอนันต์ (Infinite sets)

เซตที่มีไม่ใช่เซตจำกัด หรือเซตที่ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้เรียกว่า “ **เซตอนันต์** ”

ตัวอย่างของเซตอนันต์ เช่น

$$\{ 1, 2, 3, \ldots \}$$

$$\left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots\right\}$$

เซตต่อไปนี้ เซตใดเป็นเซตว่าง เซตจำกัด หรือเซตอนันต์

	เซตว่าง	เซตจำกัด	เซตอนันต์
1. A = { x | x เป็นจำนวนนับ }	❒	❒	❒
2. B = { x | x เป็นจำนวนเต็มที่หารด้วย 5 ลงตัว	❒	❒	❒
3. C = { 2, 4, 6, ..., 68 }	❒	❒	❒
4. D = { x | x + 3 = 20 }	❒	❒	❒

เซตของจำนวนที่มักจะกล่าวถึงเสมอ และใช้กันทั่วๆไป มีดังนี้

- I^+ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก หรือ $I^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$
- I^- เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก หรือ $I^- = \{-1, -2, -3, \ldots\}$
- I เป็นเซตของจำนวนเต็ม หรือ $I = \{0, -1, 1, -2, 2, \ldots\}$
- N เป็นเซตของจำนวนนับ หรือ $N = \{1, 2, 3, \ldots\}$
- Q เป็นเซตของจำนวนตรรกยะ
- R เป็นเซตของจำนวนจริง

6 การเป็นสมาชิก

บอกได้ว่าสิ่งกำหนดเป็น
หรือไม่เป็นสมาชิกของเซต

7 เซตที่เท่ากัน

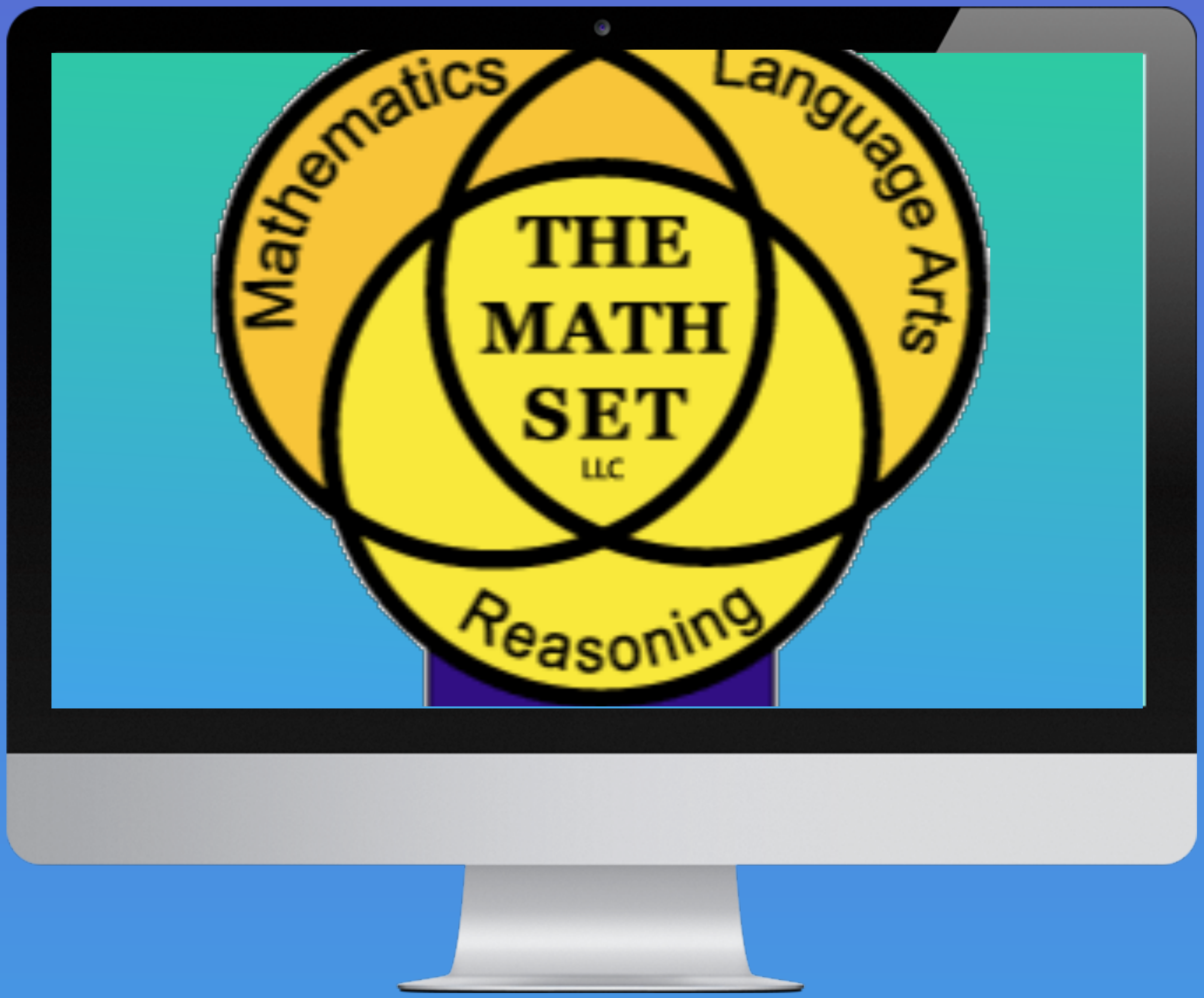
เซตสองเซตจะเท่ากันเมื่อ
มีสมาชิกทุกตัวเหมือนกัน

8 เซตที่เทียบเท่า

เซตสองเซตจะเทียบเท่ากัน
เมื่อมีจำนวนสมาชิกเท่ากัน

9 เอกภพสัมพัทธ์

การกำหนดเอกภพสัมพัทธ์
การเขียนเอกภพสัมพัทธ์ในเซต



กำหนดให้ $A = \left\{2, \dfrac{1}{2}\right\}$ จะเห็นว่า 2 และ $\dfrac{1}{2}$

ต่างก็เป็นสมาชิกของเซต A

คำว่า "**เป็นสมาชิกของ**" หรือ "**อยู่ใน**"

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ " $\in$ " เช่น

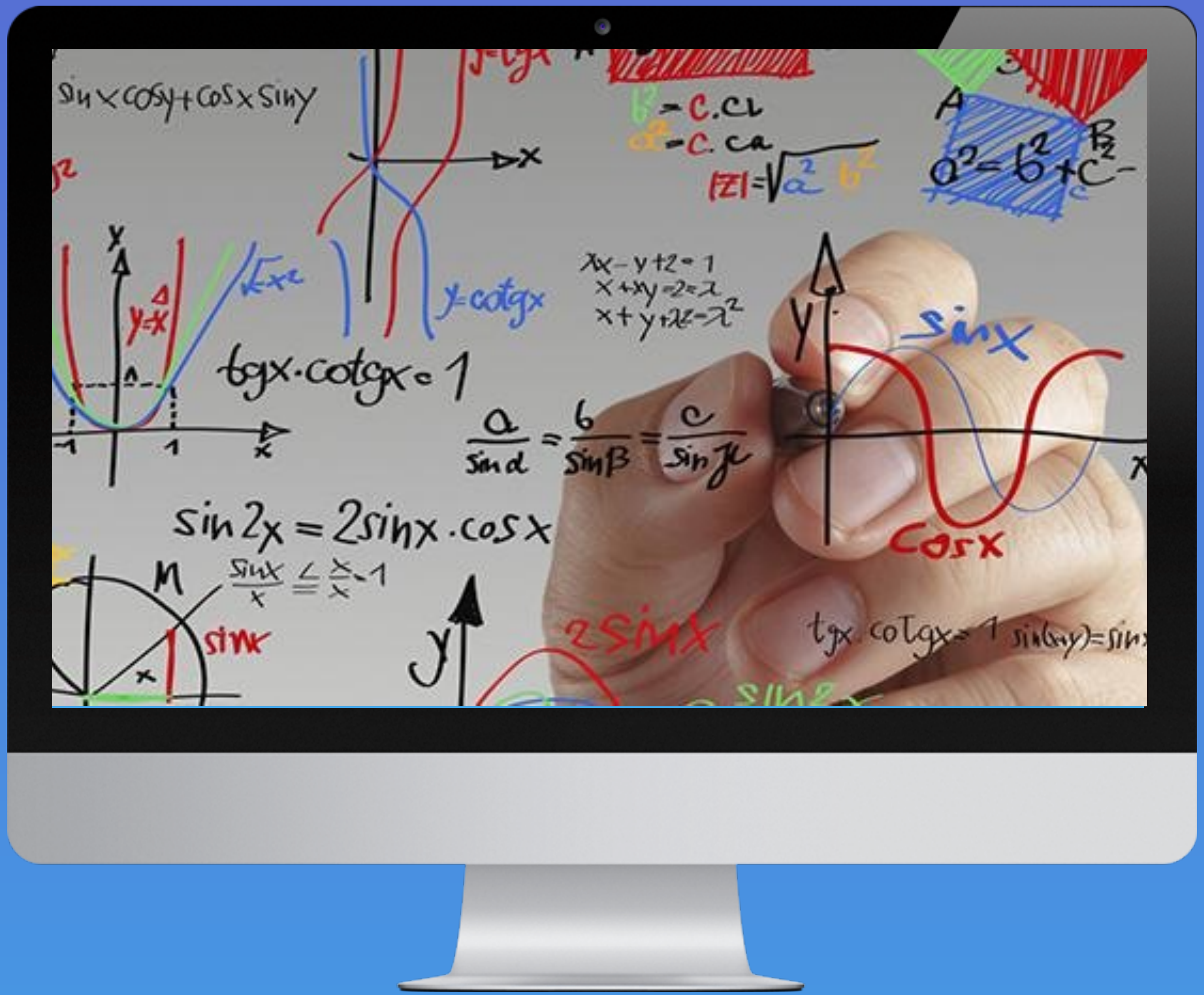
2 เป็นสมาชิกของเซต A หรือ 2 อยู่ใน A

เขียนแทนด้วย

และจะเห็นว่า $\frac{1}{3}$ ไม่เป็นสมาชิกของเซต A

คำว่า "**ไม่เป็นสมาชิกของ**" หรือ "**ไม่อยู่ใน**"
เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ " $\notin$ " เช่น

$\frac{1}{3}$ ไม่เป็นสมาชิกของเซต A หรือ $\frac{1}{3}$ ไม่อยู่ใน A
เขียนแทนด้วย



ตัวอย่างการเป็นสมาชิกของเซต 1

ให้เติมสัญลักษณ์การเป็นสมาชิก (“ $\in$ ”) หรือ ไม่เป็นสมาชิก (“ $\notin$ ”) ให้ถูกต้อง
เมื่อกำหนดให้ $A = \{ -7, -2, 0, 5, 8 \}$

1. -7 ☐ A
2. 0 ☐ A
3. 7 ☐ A
4. 8 ☐ A
5. -8 ☐ A

เทคนิคการดูการเป็นสมาชิกอย่างรวดเร็ว และง่ายต่อการเข้าใจ

ขั้นที่ 1

ปิดปีกกาด้านขวาของ $\in$

ขั้นที่ 2

ดูสมาชิกทางซ้ายว่าเหมือนกับสมาชิกทางขวาหรือไม่

ขั้นที่ 3

หากเหมือนแสดงว่าเป็นสมาชิก หากไม่เหมือนแสดงว่าไม่เป็นสมาชิก

คำแนะนำ : เขียนสมาชิกแต่ละตัวห่างๆกัน

ตัวอย่างการเป็นสมาชิกของเซต 2

ให้พิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด กำหนดให้

$$C = \{2, 3, \{4, 5\}, 6, 7, \{8, 9, 10\}, 11\}$$

❒ 1. $2 \in C$

❒ 2. $4 \notin C$

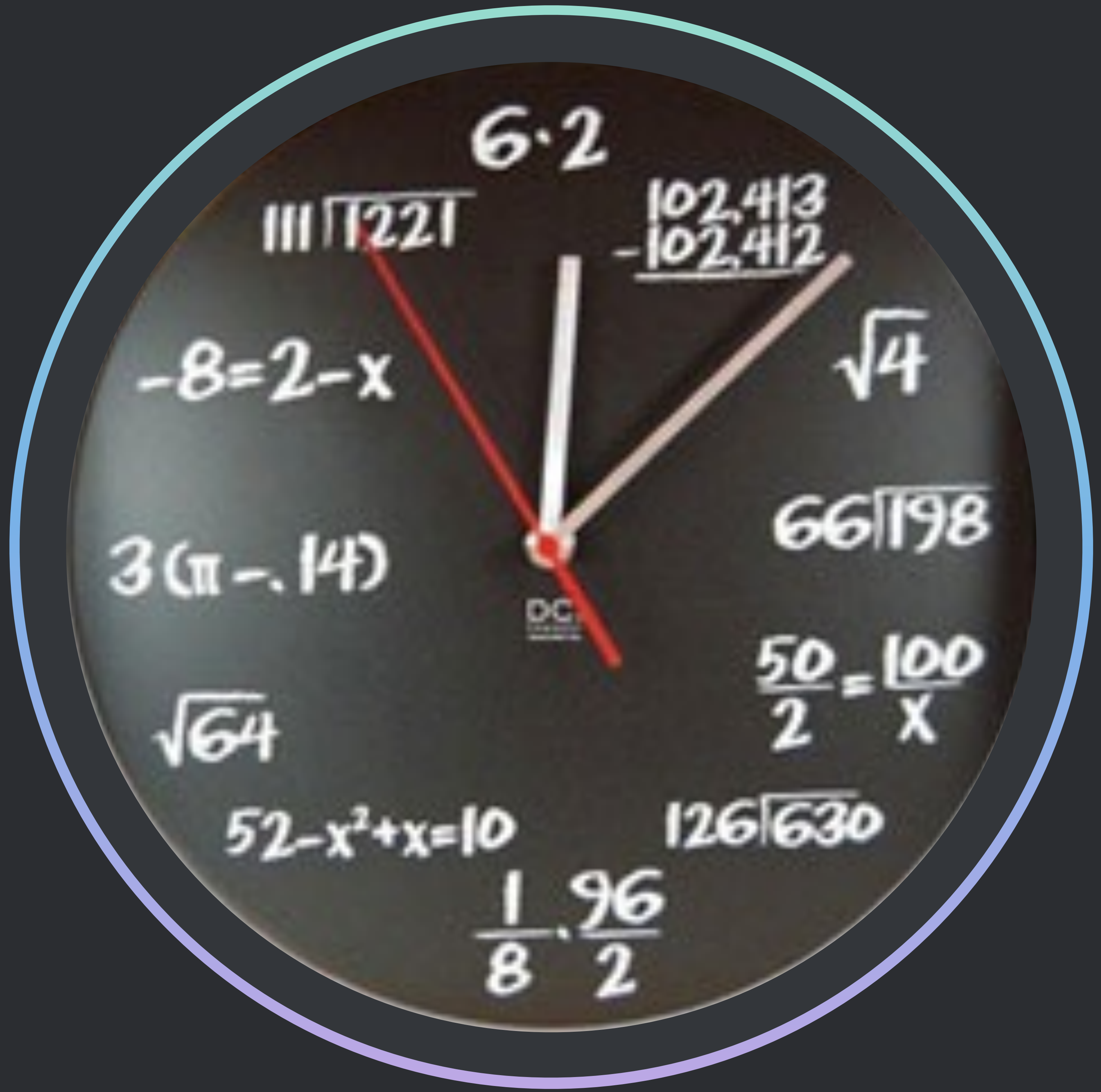
❒ 3. $\{5\} \in C$

❒ 4. $\{4, 5\} \in C$

❒ 5. $\{\ \} \notin C$

❒ 6. $4, 5 \in C$

เซตที่เท่ากัน



เซต A เท่ากับ เซต B หมายถึง สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และ สมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A เช่น

กำหนดให้ A = { 0, 1, 2, 3 } และ B = { 1, 3, 0, 2 }
จะเห็นว่าเซต A และเซต B มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว
ดังนั้น **A = B**

ตัวอย่างเซตที่เท่ากัน 1

ให้ $T = \{ 2, 4, 6 \}$ และ $S = \{ x \mid x$ เป็นจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า $10 \}$

จงพิจารณาว่าเซต T เท่ากับเซต S หรือไม่

ตัวอย่างเซตที่เท่ากัน 2

ให้พิจารณาว่าเซตต่อไปนี้มีเซตใดบ้างที่เท่ากัน

A = { x | x แทนพยัญชนะในคำ “กรรมกร” }

B = { x | x แทนพยัญชนะในคำ “มรรคา” }

C = { x | x แทนพยัญชนะในคำ “มกราคม” }

D = { x | x แทนพยัญชนะในคำ “รากไม้” }

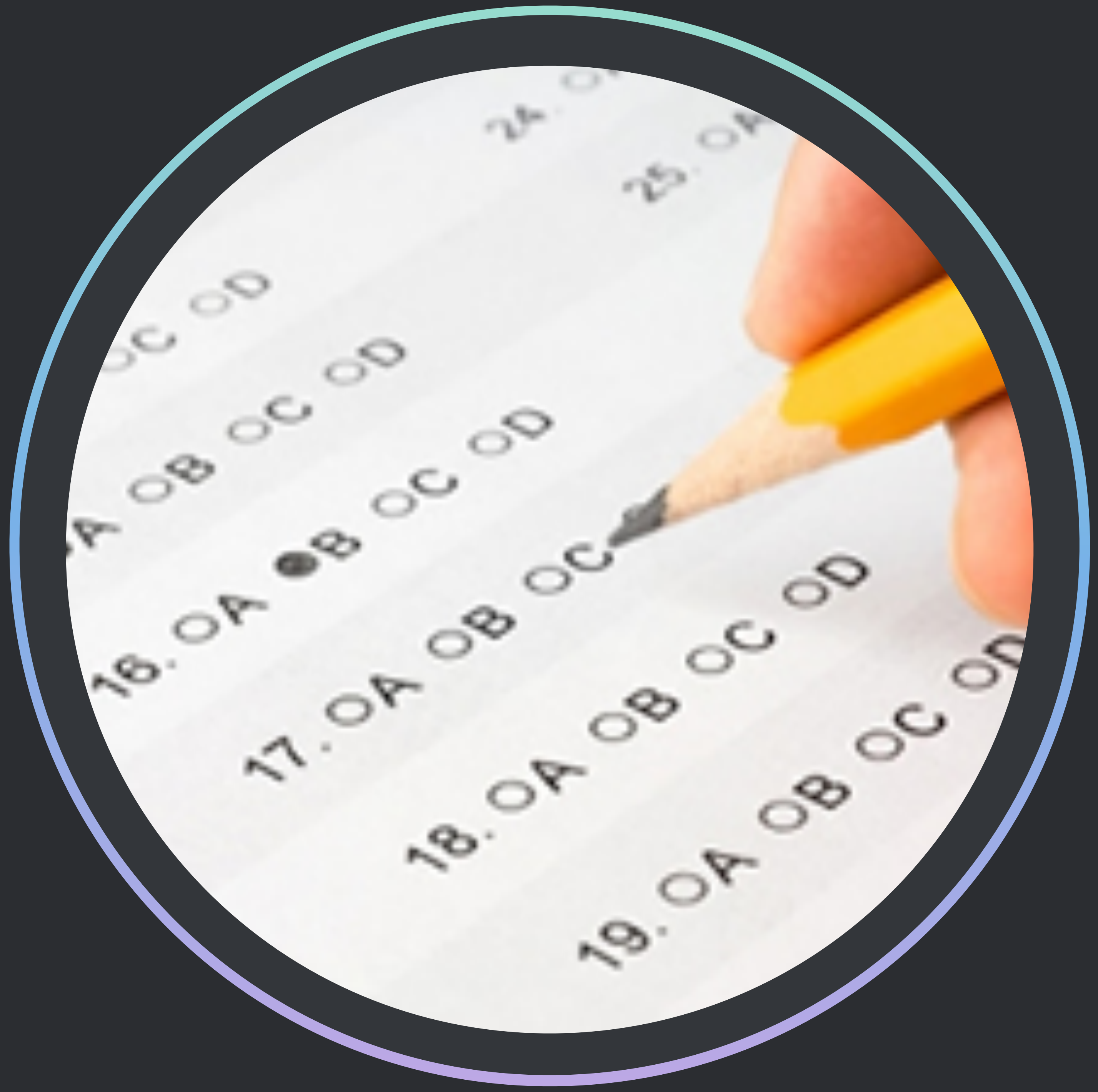
เซตที่เทียบเท่า

เซต A เทียบเท่ากับ เซต B ก็ต่อเมื่อ จำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับจำนวนสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \sim B$ หรือ $A \leftrightarrow B$

เช่น A = { 1, 2 } จะเห็นว่า n(A) = 2

B = { a, b } จะเห็นว่า n(B) = 2

ดังนั้น $A \sim B$



ในการเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกจะต้องกำหนดเซตขึ้นมาเซตหนึ่งเรียกว่า “ **เอกภพสัมพัทธ์** ” โดยมีข้อตกลงเมื่อกล่าวถึงสมาชิกของเซตใดๆ จะไม่กล่าวสิ่งอื่นที่นอกเหนือจากสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ เอกภพสัมพัทธ์ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ U

เอกภพสัมพัทธ์ (ต่อ)

$$A = \{x \mid x^2 = 9\}$$

กำหนดให้ U คือ เซตของจำนวนจริง

จะได้ว่า $A = \{3, -3\}$

กำหนดให้ U คือ เซตของจำนวนเต็มบวก

จะได้ว่า $A = \{3\}$

เอกภพสัมพัทธ์สามารถเขียนกำหนดลงไปในเซตได้เลย

เช่น $A = \{x \in N \mid x^2 = 16\}$

อ่านว่า A เป็นเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิก x เป็นจำนวนนับ โดยที่ $x^2 = 16$

จะได้ว่า **A = { 4 }**

เนื้อหาเรื่องเซตที่ต้องเรียน ครั้งที่ 3

เพาเวอร์เซต (Power Set)

หากนำสับเซตมาใส่เซต
นั่นคือ เพาเวอร์เซต

10

11

สับเซต (Subset)

เซตย่อยของเซตที่กำหนด
จะถูกเรียกว่า สับเซต

ความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับสับเซต

พิจารณาเซต **A = { 1, 2, 3 }**

- จำนวนสมาชิกของเซต A คือ n(A) =
- สมาชิกของเซต A ได้แก่

สับเซต (subsets) หรือ เซตย่อย

กำหนดให้ $A = \{7, 8\}$

และ $B = \{1, 3, 5, 7, 8\}$

จะเห็นว่า สมาชิกทั้งหมดของเซต A คือ 7 และ 8 ต่างก็เป็นสมาชิกของเซต B สามารถเรียกได้ว่า **“เซต A เป็นสับเซตของเซต B”**

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \subset B$

ตัวอย่างสับเซต 1

ให้ A = { 1 } , B = { 0, 1, 2 } , C = { 3, 4, 5, 6 } และ D = { 0, 1, 2, 3, 4, 5 } จงพิจารณาว่าเซตคู่ใดบ้างที่เป็นสับเซตกัน

ข้อสังเกต

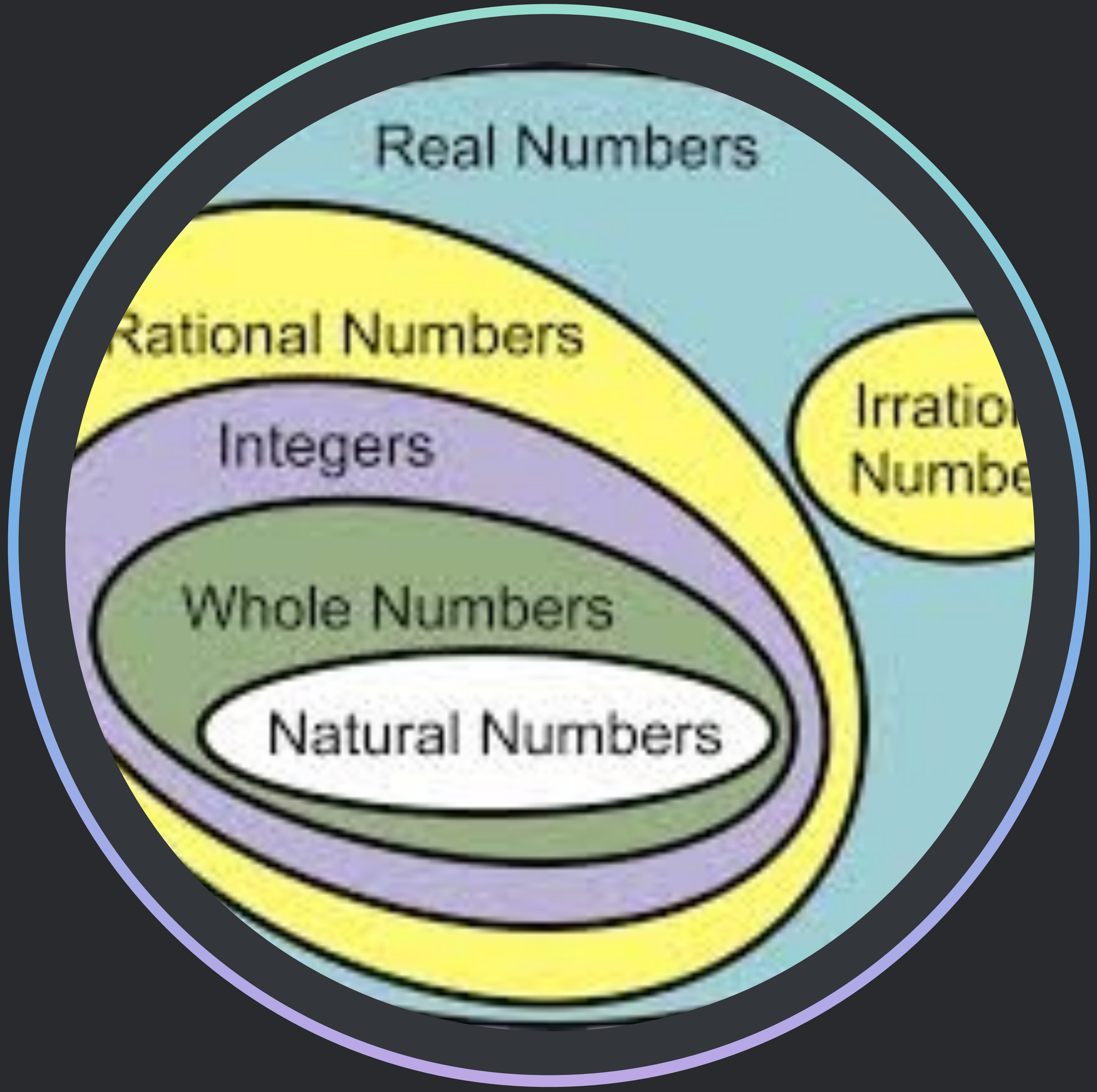
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ จะได้ว่า

1. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ แล้ว $A = B$
2. ถ้า $A = B$ แล้ว $A \subset B$ และ $B \subset A$
3. $A \subset B$ และ $B \subset A$ ก็ต่อเมื่อ $A = B$

ตัวอย่างการหาสับเซตทั้งหมด

กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ จงหาสับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซต A

สับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซต A คือ เซตทั้งหมดที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกของเซต A



กำหนดให้ A เป็นเซตใดๆ

ข้อสังเกต : 1. เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต

นั่นคือ $\varnothing \subset A$

2. เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง

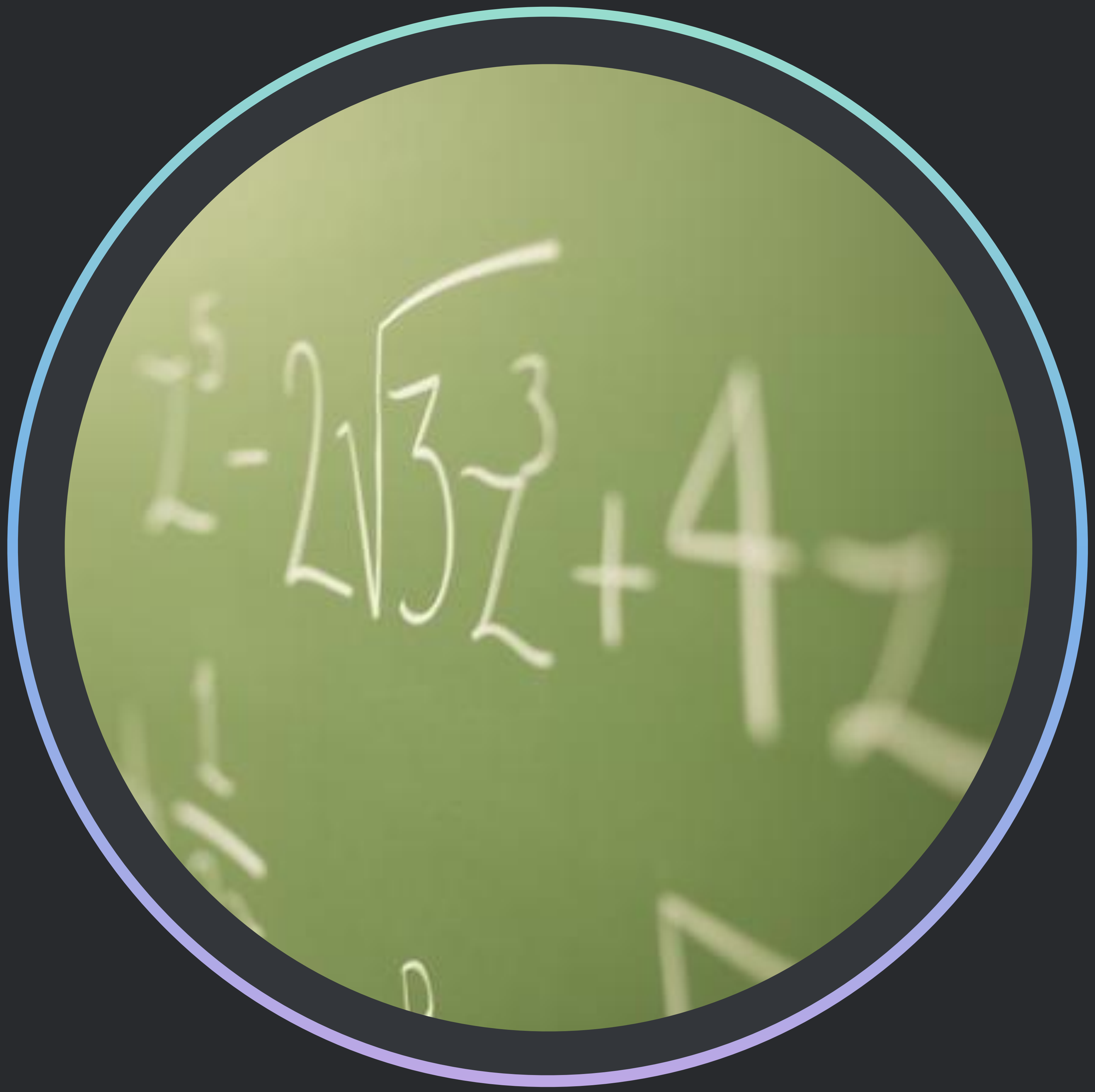
นั่นคือ $A \subset A$

3. จำนวนสับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมด

ของเซต A เท่ากับ $2^{n(A)}$

สับเซต (ต่อ)

เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$



ตัวอย่างสับเซต 2

กำหนดให้ $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$ ข้อใดผิด

1. $\{1, 2\} \in A$
2. $\{1, 2, 3\} \in A$
3. $\{1, 2\} \subset A$
4. $\{1, 2, 3\} \subset A$

ตัวอย่างสับเซต 3

กำหนดให้ $A = \{\varnothing, 1, \{1\}\}$ ข้อใดผิด

1. $\varnothing \subset A$
2. $\{\varnothing\} \not\subset A$
3. $\{1, \{1\}\} \subset A$
4. $\{\{1\}, \{1, \{1\}\}\} \not\subset A$

สับเซตแท้ (proper subset) หรือ เซตย่อยแท้

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ

สับเซตซึ่งไม่ใช่เซตตัวมันเองจะเรียกว่า **สับเซตแท้**

เขียนแทนด้วย $A \subseteq B$

อ่านว่า “**เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B**”

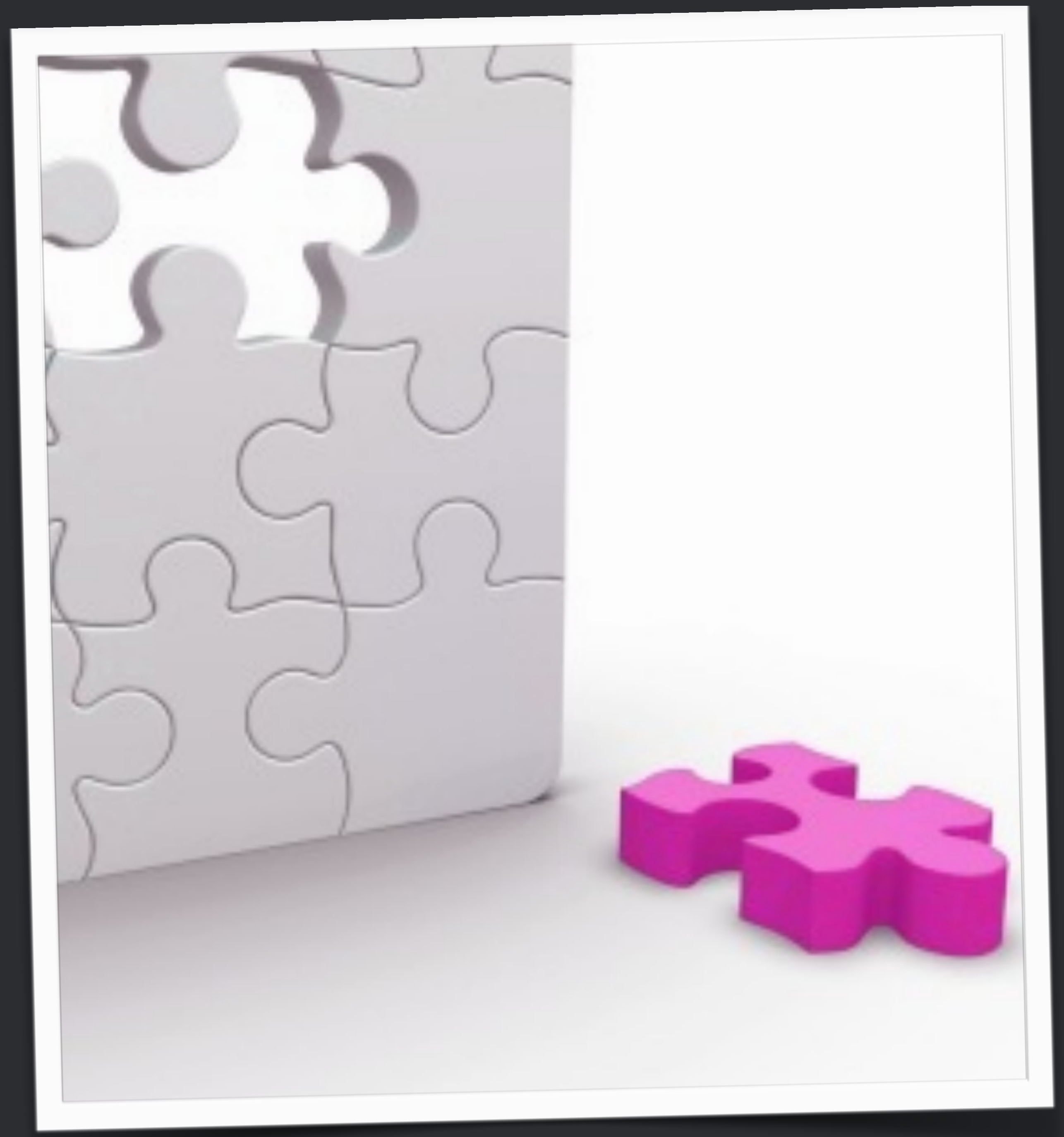
จำนวนสับเซตแท้ของเซตใดๆ เท่ากับ $\boxed{2^{n(A)} - 1}$

ตัวอย่างการหาสับเซตแท้

กำหนดให้ $A = \{ 4, 5, 6 \}$ จงหาสับเซตแท้ของเซต A

อย่าลืม!!! สับเซตแท้คือสับเซตทุกสับเซตยกเว้นเซตตัวมันเอง

เพาเวอร์เซต (Power Set)



เซตของสับเซตทั้งหมดของของเซต A เรียกว่า

" เพาเวอร์เซตของเซต A " เขียนแทนด้วย **P(A)**

เนื่องจากเพาเวอร์เซตเป็นเซตของสับเซต จะได้ว่า

จำนวนสมาชิกของ P(A) หรือ n(P(A)) = $2^{n(A)}$

ตัวอย่างการหาเพาเวอร์เซต 1

ให้ $A = \{4, 5, 6\}$ จงหา $P(A)$

สับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซต A ได้แก่

ดังนั้น

$P(A) =$

$n(P(A)) =$

ตัวอย่างการหาเพาเวอร์เซต 2

กำหนดให้ A = { x | x เป็นจำนวนคู่บวก และ $x \leq 100$ }

และ B = { x | $x \in A$ และ 3 หาร x ลงตัว }

จำนวนสมาชิกของ P(B) เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2^{16}
2. 2^{17}
3. 2^{18}
3. 2^{19}

แนวคิด

12 แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

ศึกษาวิธีการเขียนแผนภาพ
เวนน์-ออยเลอร์

13 ยูเนียน (Union)

เป็นการดำเนินการรวมสมาชิก
ระหว่างเซตที่ยูเนียนกัน

14 อินเตอร์เซกชัน

เป็นการดำเนินการคัดสมาชิก
ที่เหมือนกันระหว่างเซต

15 คอมพลีเมนต์

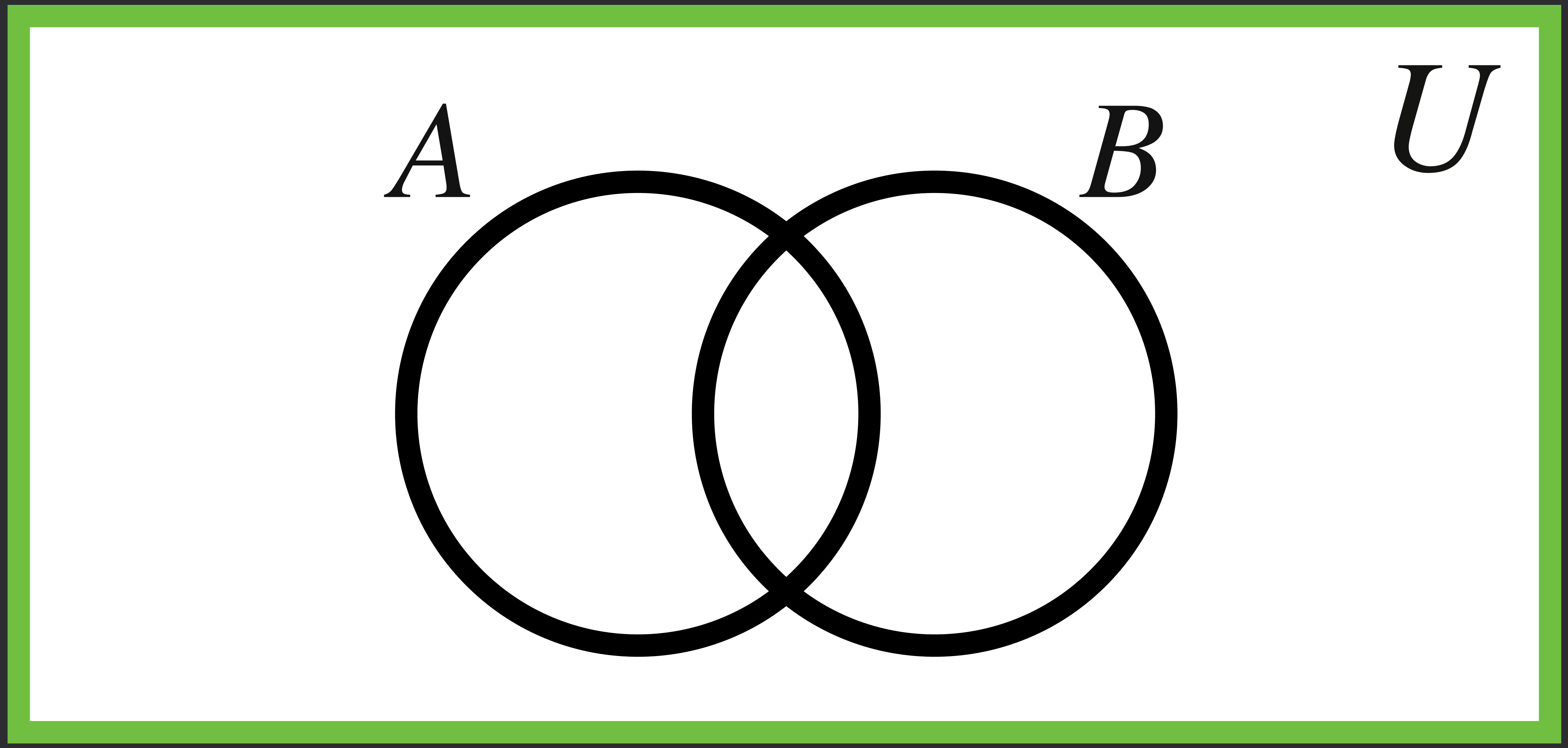
คอมพลีเมนต์ของเซตใดๆ
คือเซตสมาชิกที่ไม่ได้อยู่ในเซตนั้น

ข้อมูลเบื้องต้นของ John Venn และ Leonhard Euler

John Venn นักตรรกวิทยาชาวอังกฤษ และนักปรัชญา เป็นที่รู้จักในฐานะนักประดิษฐ์แผนภาพเวนน์ นอกจากนี้เขายังมีส่วนร่วมในการสร้างตรรกะทางคณิตศาสตร์ ทฤษฎีความน่าจะเป็น และปรัชญาของวิทยาศาสตร์

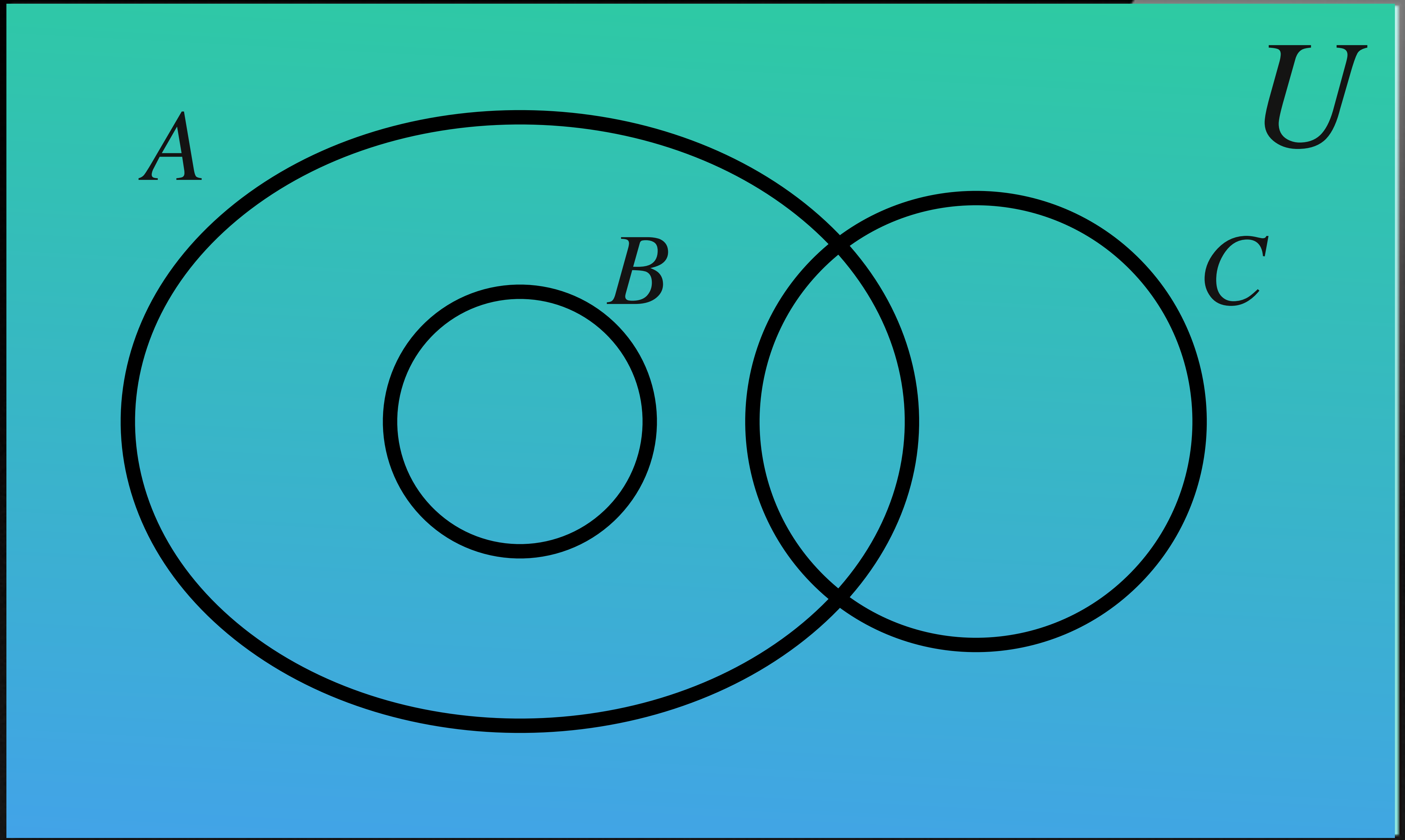
Leonhard Euler นักคณิตศาสตร์ชาวสวิตเซอร์แลนด์ และนักฟิสิกส์ หนึ่งในผู้ค้นพบคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เขาได้พัฒนาวิธีการแก้ปัญหาจากการสังเกตในทางดาราศาสตร์ และแสดงให้เห็นว่ามีประโยชน์ต่อคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี

การเขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ มักจะแทน U ด้วยรูปสี่เหลียมผืนผ้าหรือรูปปิดใดๆ ส่วนเซตอื่นๆซึ่งเป็นสับเซตของ U นั้น อาจเขียนแทนด้วยวงกลม วงรี หรือรูปที่มีพื้นที่จำกัดใดๆ ดังรูป

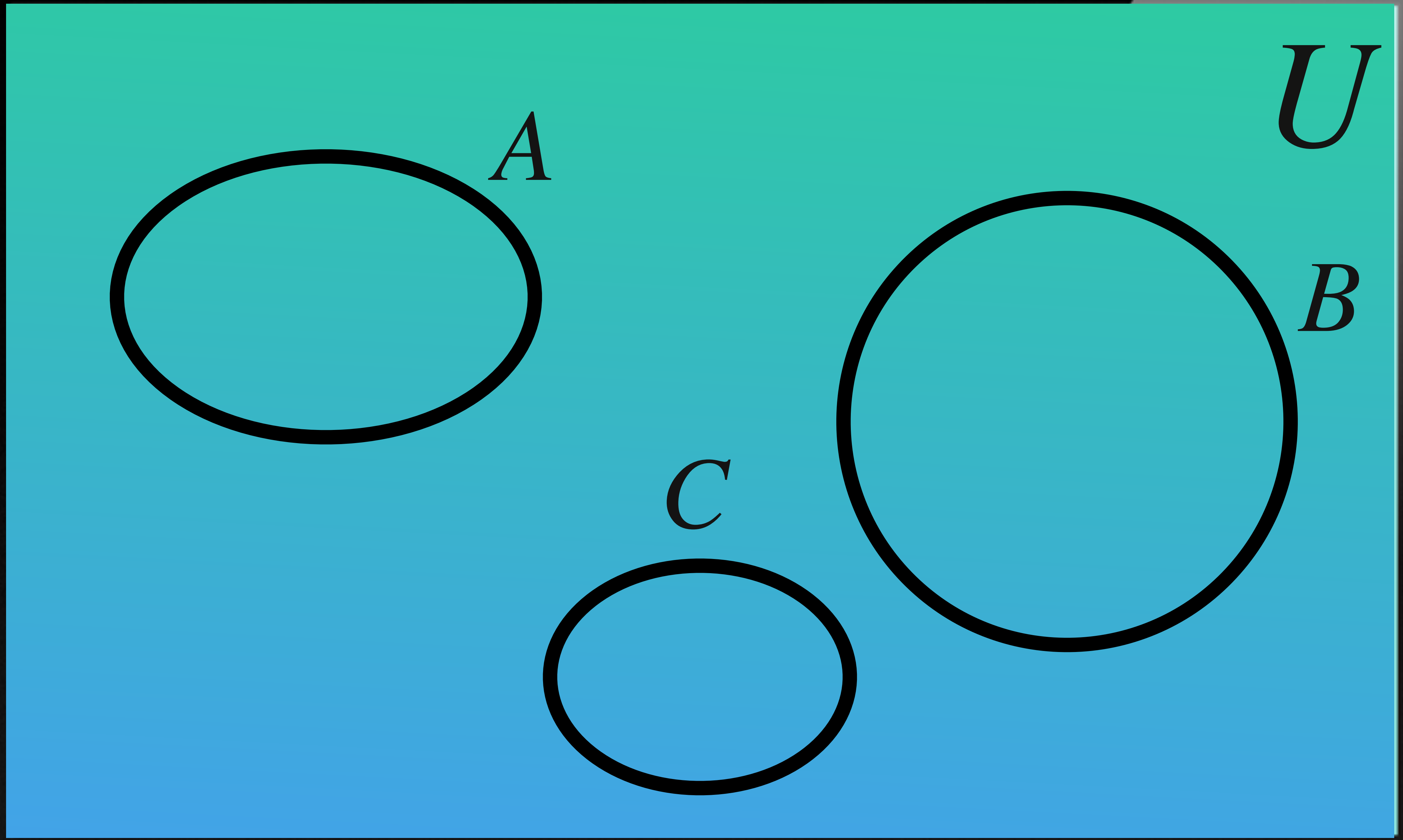


ตัวอย่างการเขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ 1

รูปที่ 1



รูปที่ 2



เซตไม่มีส่วนร่วม (disjoint sets)

ให้ A = { 1, 2, 3, 4 } และ B = { 3, 4, 5, 6 } จงเขียนแผนภาพแทนเซตทั้งสองนี้

จงเขียนแผนภาพแทนเซตต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ U เป็นเซตของจำนวนนับ

A = { 1, 2, 3, ..., 10 } , B = { 1, 3, 5, 7, 9 } และ C = { 1, 3, 5 }

ยูเนียน (Union)

เราสามารถสร้างเซตใหม่จากเซตที่กำหนดให้ ซึ่งมีเอกภพสัมพัทธ์เดียวกันได้ดังนี้

ให้ **A = { 2, 3, 4 }** และ **B = { 3, 4, 8, 9 }**

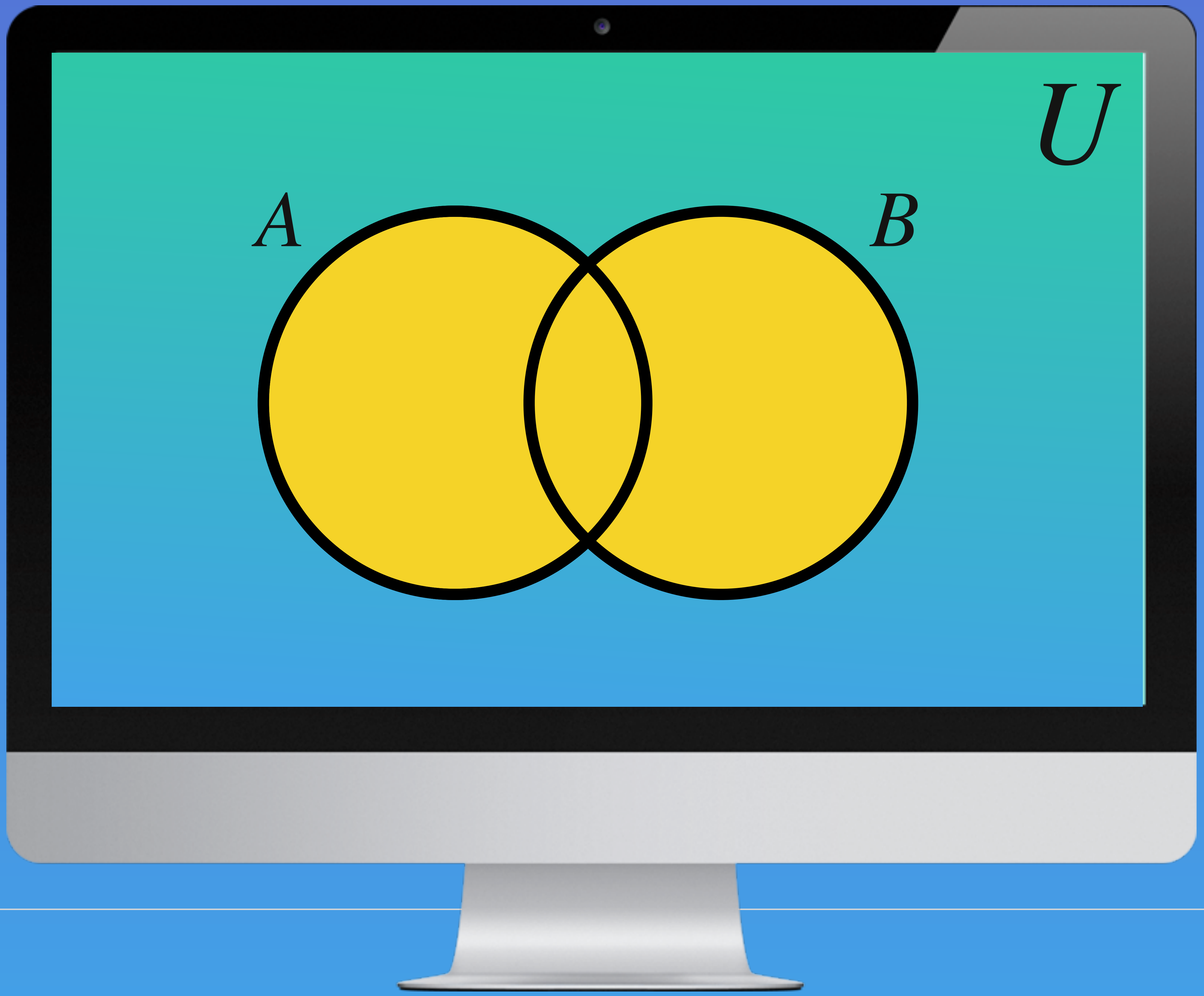
สร้างเซต C ซึ่งเป็นเซตใหม่โดยที่สมาชิกของเซต C เป็นสมาชิกของเซต A **หรือ**เซต B หรือของทั้งสองเซตได้ดังนี้

C = { 2, 3, 4, 8, 9 }

เรียกเซต C ว่า ยูเนียนของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cup B$

ยูเนียน (ต่อ)

ยูเนียนสามารถแสดงได้ด้วยแผนภาพดังนี้ ส่วนที่แรเงาสีเหลือง คือ $A \cup B$



ตัวอย่างการหาเซตที่เกิดจากการยูเนียนกันของเซต 2 เซต

ให้ A = { 0, 1, 2, 3 } และ B = { 1, 3, 5, 7 } จงเขียนแผนภาพและหา $A \cup B$ จากแผนภาพดังกล่าว

ตัวอย่างการหาเซตที่เกิดจากการยูเนียนกันของเซต 3 เซต

ให้ A = { 1, 2, 3, 4, ..., 10 } , B = { 1, 3, 5, 7 } และ C = { 2, 4, 6 }
จงเขียนแผนภาพและหา $A \cup B \cup C$ จากแผนภาพดังกล่าว

อินเตอร์เซกชัน (Intersection)

ให้ **A = { 1, 2, 3, 4 }** และ **B = { 2, 4, 6, 8 }**

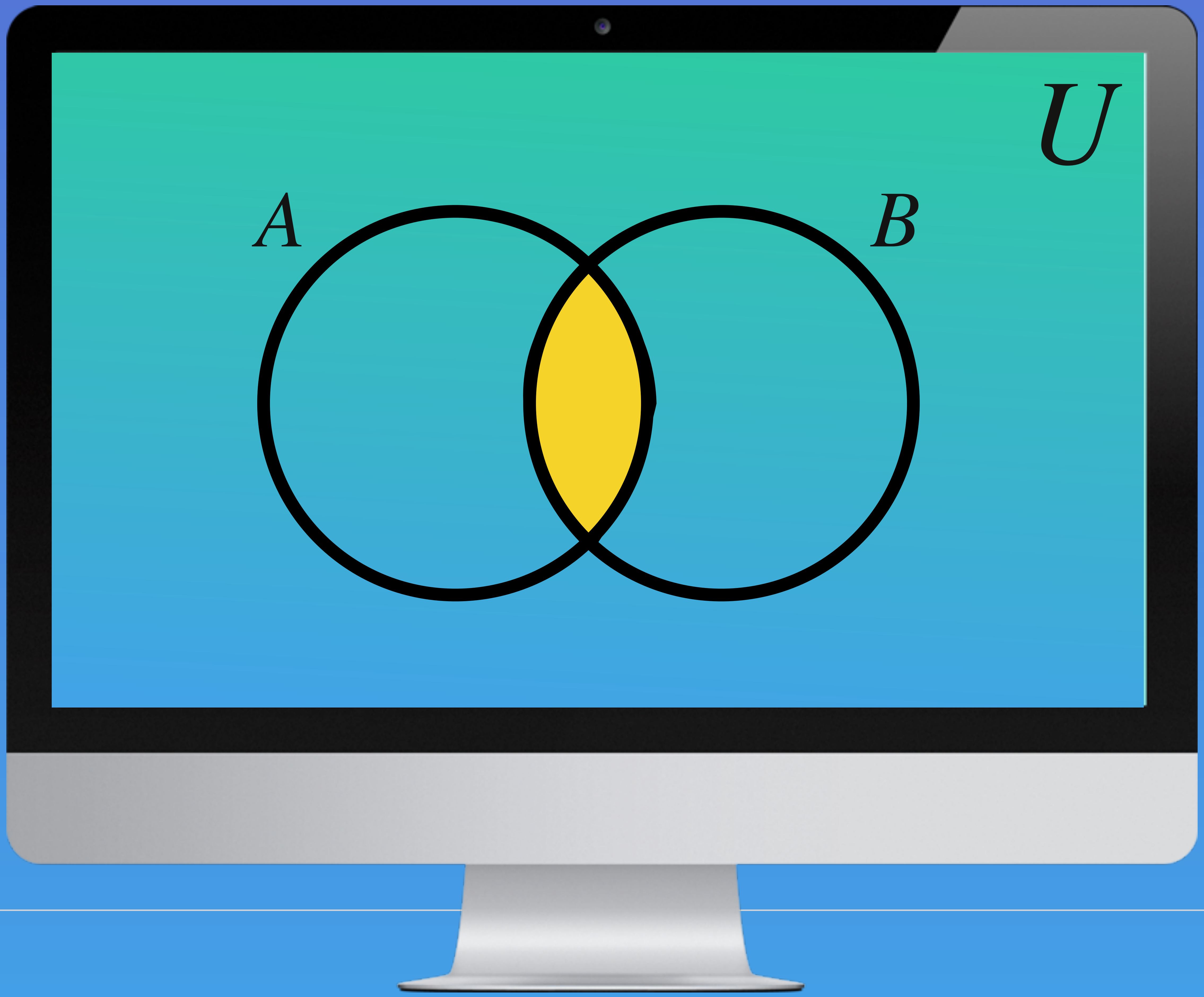
สร้างเซต C ซึ่งเป็นเซตใหม่โดยที่สมาชิกของเซต C เป็นสมาชิกของเซต A **และ**เซต B ได้ดังนี้

C = { 2, 4 }

เรียกเซต C ว่า อินเตอร์เซกชันของเซต A และเซต B

เขียนแทนด้วย $A \cap B$

อินเตอร์เซกชันสามารถแสดงได้ด้วยแผนภาพดังนี้ ส่วนที่แรเงาสีเหลือง คือ $A \cap B$



ตัวอย่างการหาเซตที่เกิดจากการอินเตอร์เซกชันกัน

ให้ A = { 0, 1, 2, 3 } , B = { 0, 1, 2, 3, 4 } และ C = { 0 }

เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

1. จงหา $A \cap B$

2. จงหา $A \cap C$

3. จงหา $B \cap C$

คอมพลีเมนต์ (Complement)

เมื่อกำหนดเซต A ที่มี U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ เรียกเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของ U แต่ไม่ใช่สมาชิกของเซต A ว่า

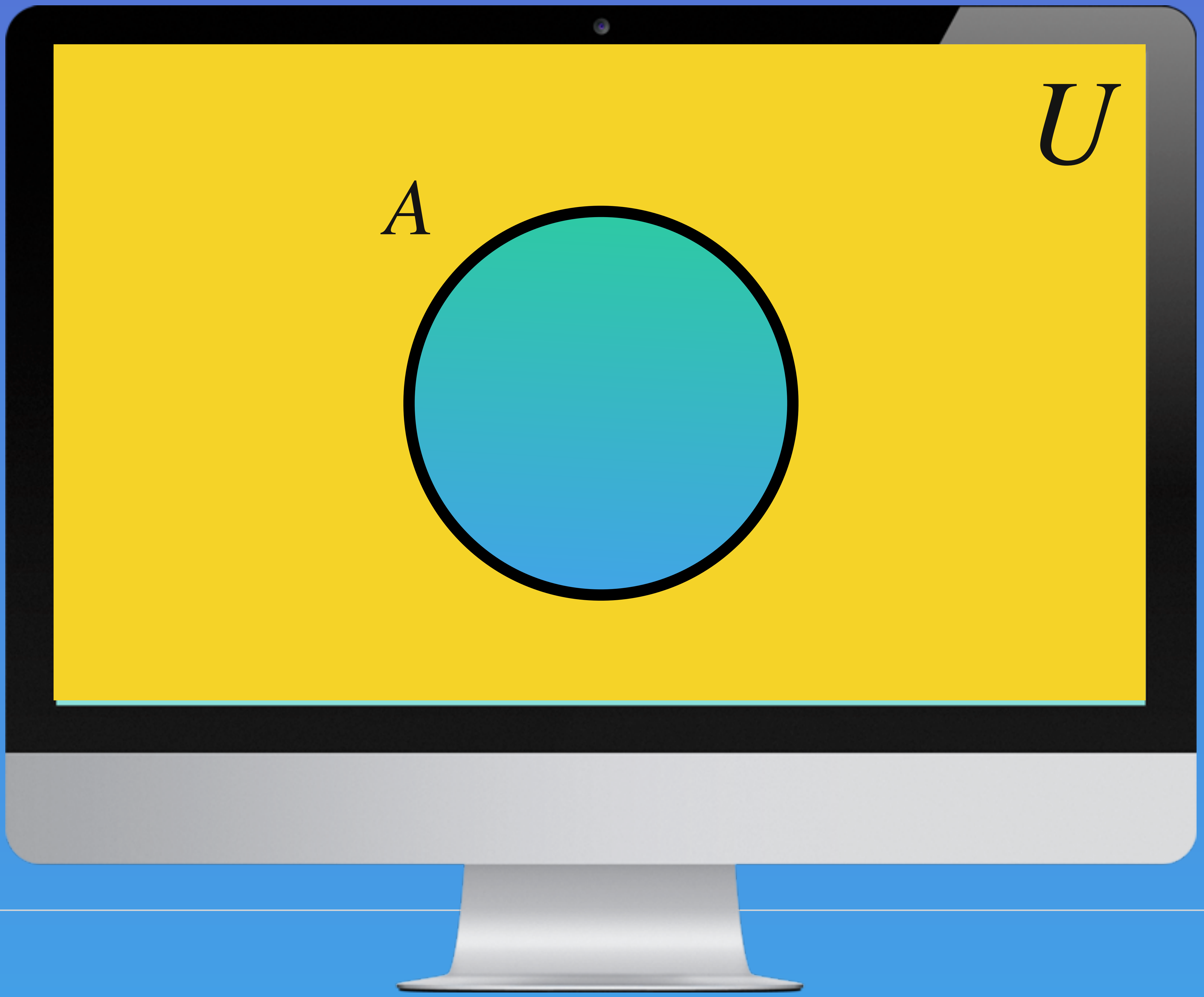
คอมพลีเมนต์ของเซต A เมื่อเทียบกับ U

หรือ

คอมพลีเมนต์ของเซต A

เขียนแทนด้วย A' หรือ A^c

คอมพลีเมนต์ของเซต A สามารถแสดงได้ด้วยแผนภาพดังนี้ ส่วนที่แรเงาสีเหลือง คือ A'



ตัวอย่างการหาเซตที่เกิดจากการคอมพลีเมนต์ 1

ให้ U = { 0, 1, 2, 3, 4 } , A = { 0, 2, 4 } และ B = { 3, 4 }

เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

1. จงหา A'

2. จงหา B'

3. จงหา $(A \cup B)'$

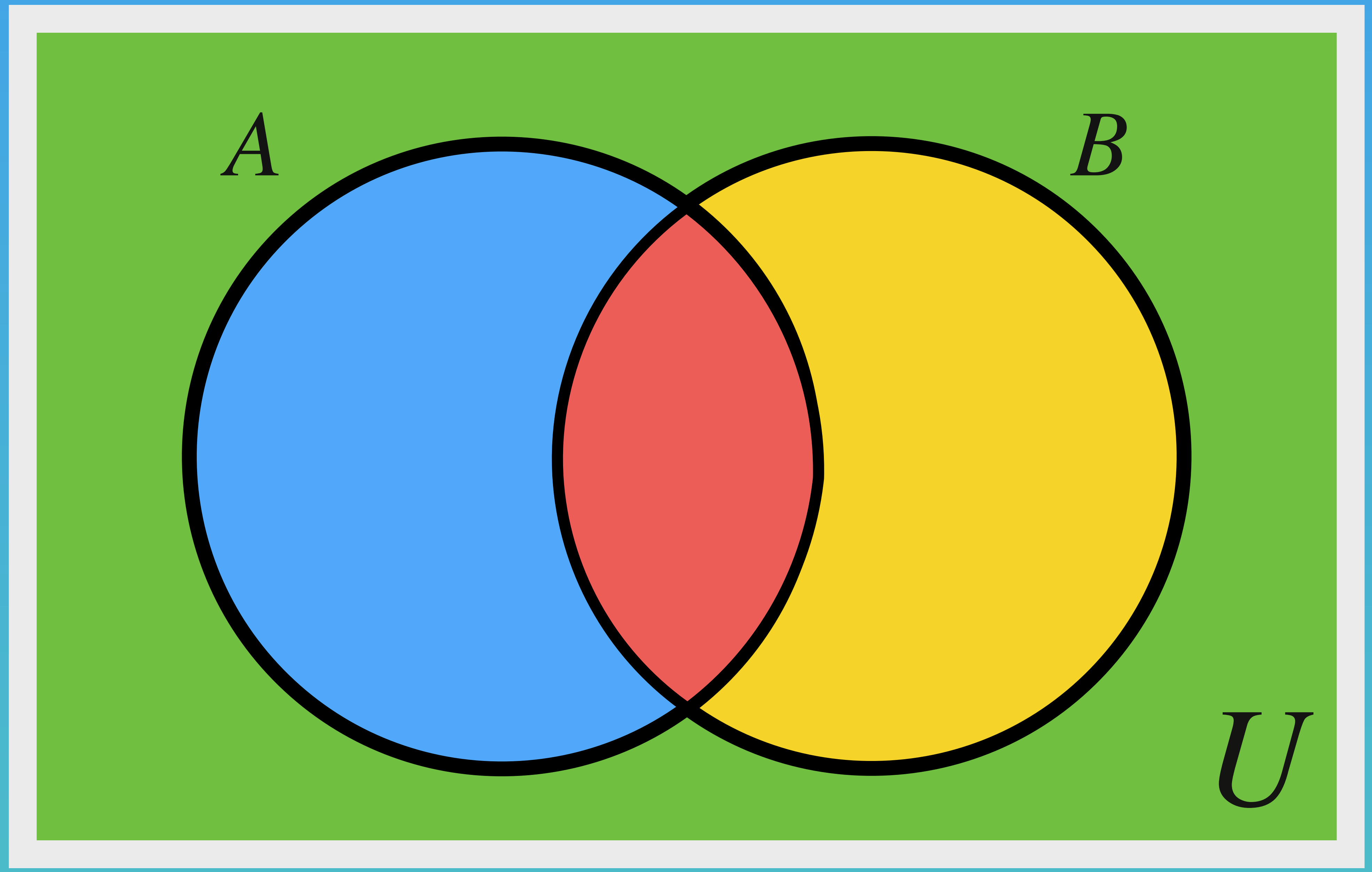
ตัวอย่างการหาเซตที่เกิดจากการคอมพลีเมนต์ 2

ให้ $U = \{ 0, 1, 2, 3, \ldots \}$ และ $C = \{ 0, 2, 4, 6, \ldots \}$

1. จงหา C' แบบแจกแจงสมาชิก

2. จงหา C' แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

ลองมาทบทวนและดูตัวอย่างต่อไปนี้กันเลย !!!



A แทนเซตของสัตว์

B แทนเซตของสิ่งที่บินได้

U ประกอบด้วยสมาชิกดังนี้

ตัวอย่าง ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ 1

ให้ U = { 0, 1, 2, 3, ..., 10 } และ A = { 1, 5, 7, 10 }

เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

1. จงหา $A \cup A$
2. จงหา $A \cup U$
3. จงหา $A \cap U$
4. จงหา $A \cap \varnothing$
5. จงหา $A \cup A'$
6. จงหา $A \cap A'$

ตัวอย่าง ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ 2

ให้ $U = \{ 0, 1, 2, 3, \ldots, 10 \}$ และ $B = \{ 1, 2, 9 \}$

เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

1. จงหา U'

2. จงหา $\varnothing'$

3. จงหา $(B')'$

ตัวอย่าง ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ 3

ให้ A = { 0, 1, 2, 3, ..., 12 } , B = { 3, 5, 9 } และ C = { 2, 5, 8, 11 }

เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

1. จงหา $(A \cup B) \cup C$

2. จงหา $A \cup (B \cap C)$

3. จงหา $(A \cup B)'$

4. จงหา $(A \cap B)'$

ตัวอย่าง ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ 4

ให้ A = { 0, 1, 2, 3, ..., 12 } , B = { 3, 5, 9 } และ C = { 2, 5, 8, 11 }

เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

1. จงหา $A \cup (B \cup C)$

2. จงหา $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

3. จงหา $A' \cap B'$

4. จงหา $A' \cup B'$

สิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ตัวอย่าง ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์

การดำเนินการของเซตถูกนำมาใช้ในชีวิตประจำวันบ่อยครั้งโดยเฉพาะ**ยูเนียน**และ**อินเตอร์เซกชัน**ของเซต ซึ่งพบเห็นได้ในเหตุการณ์ทั่วไปในชีวิตจริง เช่น

- ผู้สมัครตำแหน่งผู้จัดการฝ่ายการต่างประเทศต้องมีอายุไม่ต่ำกว่า 35 ปี **และ**มีประสบการณ์ด้านตลาดอย่างน้อย 2 ปี

- นักเรียนที่จะได้รับการพิจารณาให้ทุนการศึกษา ต้องเป็นผู้ที่มีผลการเรียนระดับดีมาก **หรือ**เป็นผู้ที่ขาดแคลนทุนทรัพย์

จำนวนสมาชิก

จำนวนสมาชิกของเซตจำกัดที่เกิด
จากการดำเนินการของเซต 2 เซต

16

17

ผลต่างระหว่างเซต

เป็นการดำเนินการแบบหนึ่ง
ระหว่างเซตสองเซต

ผลต่างระหว่างเซต (Relative complement or Different of sets)

ถ้าเซต A และเซต B ต่างก็เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์เดียวกัน จะหาคอมพลีเมนต์ของเซตหนึ่งเทียบกับอีกเซตหนึ่ง ซึ่งเรียกว่า **ผลต่างระหว่างเซต** ได้ดังนี้

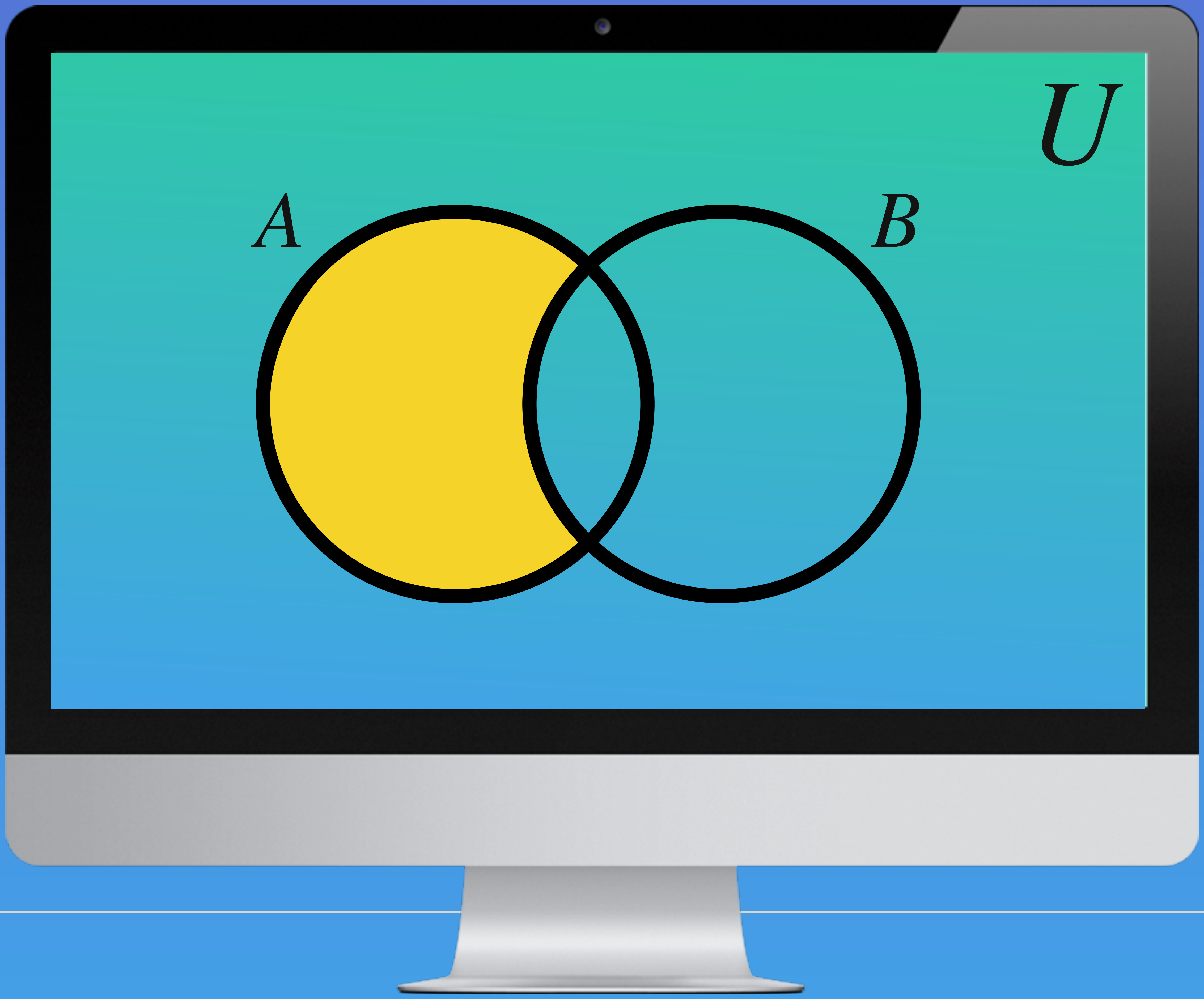
ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B หมายถึง เซตที่มีสมาชิกอยู่ในเซต A แต่ไม่อยู่ในเซต B เขียนแทนด้วย $A - B$

เรียกว่า คอมพลีเมนต์ของเซต B เมื่อเทียบกับเซต A

ผลต่างระหว่างเซต B และเซต A หมายถึง
เซตที่มีสมาชิกอยู่ในเซต B แต่ไม่อยู่ในเซต A
เขียนแทนด้วย $B - A$

เรียกว่า คอมพลีเมนต์ของเซต A เมื่อเทียบกับเซต B

ผลต่างของเซตสามารถแสดงได้ด้วยแผนภาพดังนี้ ส่วนที่แรเงาสีเหลือง คือ $A - B$



ตัวอย่างการหาเซตที่เกิดจากการใช้ผลต่างระหว่างเซต 1

ให้ A = { 0, 1, 2, 3, 4 } และ B = { 3, 4, 5, 6, 7 }

เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

1. จงหา $A-B$

2. จงหา $B-A$

2. จงหา $A\cap B'$

3. จงหา $A-(A\cap B)$

ข้อสังเกตที่ได้ :

ตัวอย่างการหาเซตที่เกิดจากการใช้ผลต่างระหว่างเซต 2

ให้ A = { 0, 1, 2, 3, 4 }

เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

1. จงหา $A - A$

2. จงหา $\varnothing - A$

3. จงหา $A - \varnothing$

ตัวอย่างการหาเซตที่เกิดจากการใช้ผลต่างระหว่างเซต 3

ให้ A = { 0, 1, 2, 3, ..., 12 } , B = { 3, 5, 9 } และ C = { 2, 5, 8, 11 }

เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

1. จงหา $B \cup C$

2. จงหา $B \cap C$

3. จงหา $A - (B \cup C)$

4. จงหา $A - (B \cap C)$

ตัวอย่างการหาเซตที่เกิดจากการใช้ผลต่างระหว่างเซต 3 (ต่อ)

ให้ A = { 0, 1, 2, 3, ..., 12 } , B = { 3, 5, 9 } และ C = { 2, 5, 8, 11 }

เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

5. จงหา $A-B$

6. จงหา $A-C$

7. จงหา $(A-B)\cap(A-C)$

8. จงหา $(A-B)\cup(A-C)$

จำนวนสมาชิกของเซตจำกัดที่เกิดจากการดำเนินการของเซต 2 เซต

พิจารณาเซตจำกัดต่อไปนี้

$A =$ $n(A) =$

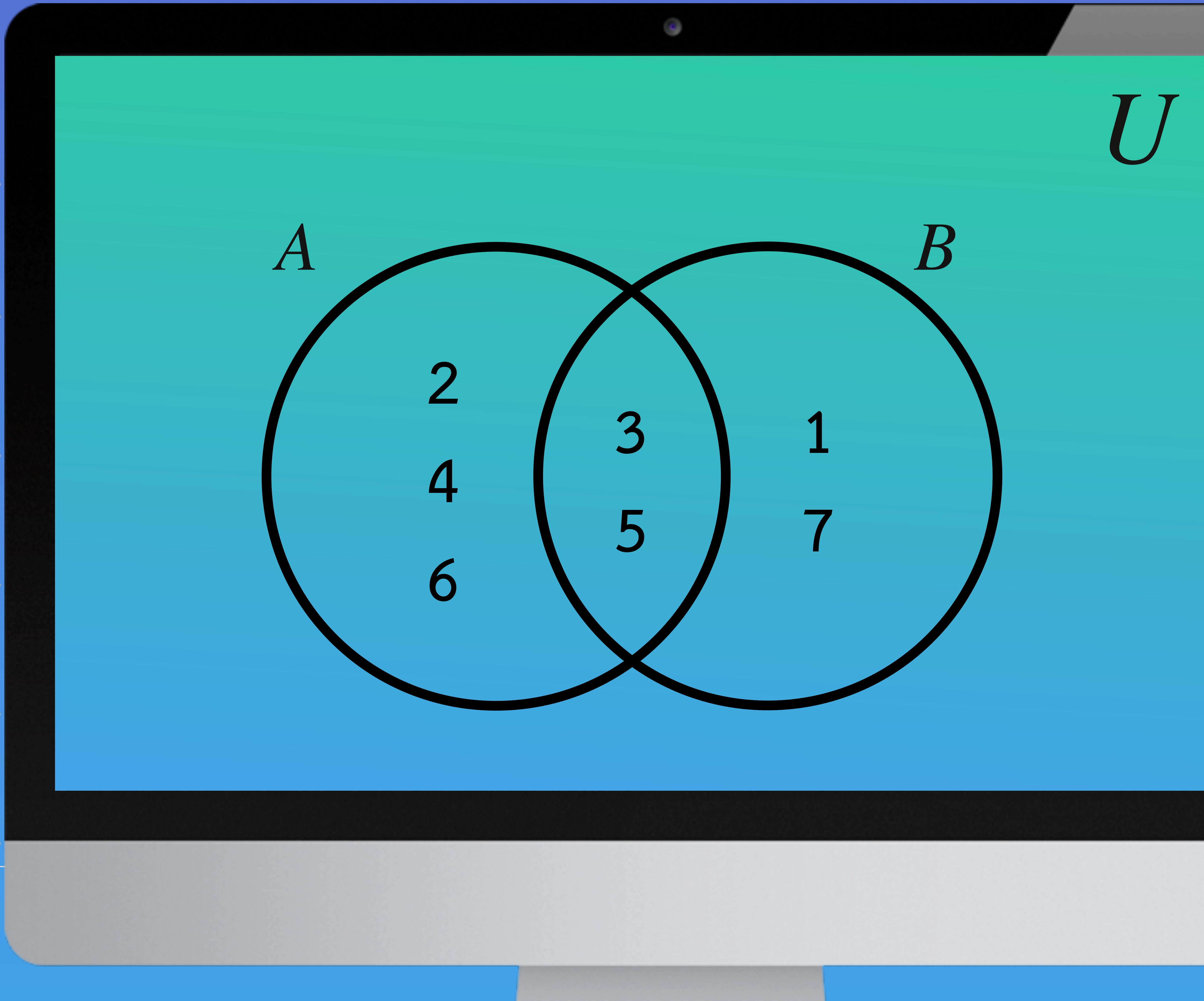
$B =$ $n(B) =$

$A \cup B =$

$n(A \cup B) =$

$A \cap B =$

$n(A \cap B) =$



จำนวนสมาชิกของเซตจำกัดที่เกิดจากการดำเนินการของเซต 2 เซต

นอกจากจะหาจำนวนสมาชิกของเซตได้โดยการนับแล้ว ในการหาจำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$ ยังสามารถทำได้โดยใช้หลักเกณฑ์ต่อไปนี้

ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด จะได้ว่า

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

ในกรณีที่เซต A และเซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกันจะได้ว่า $n(A \cap B) = 0$

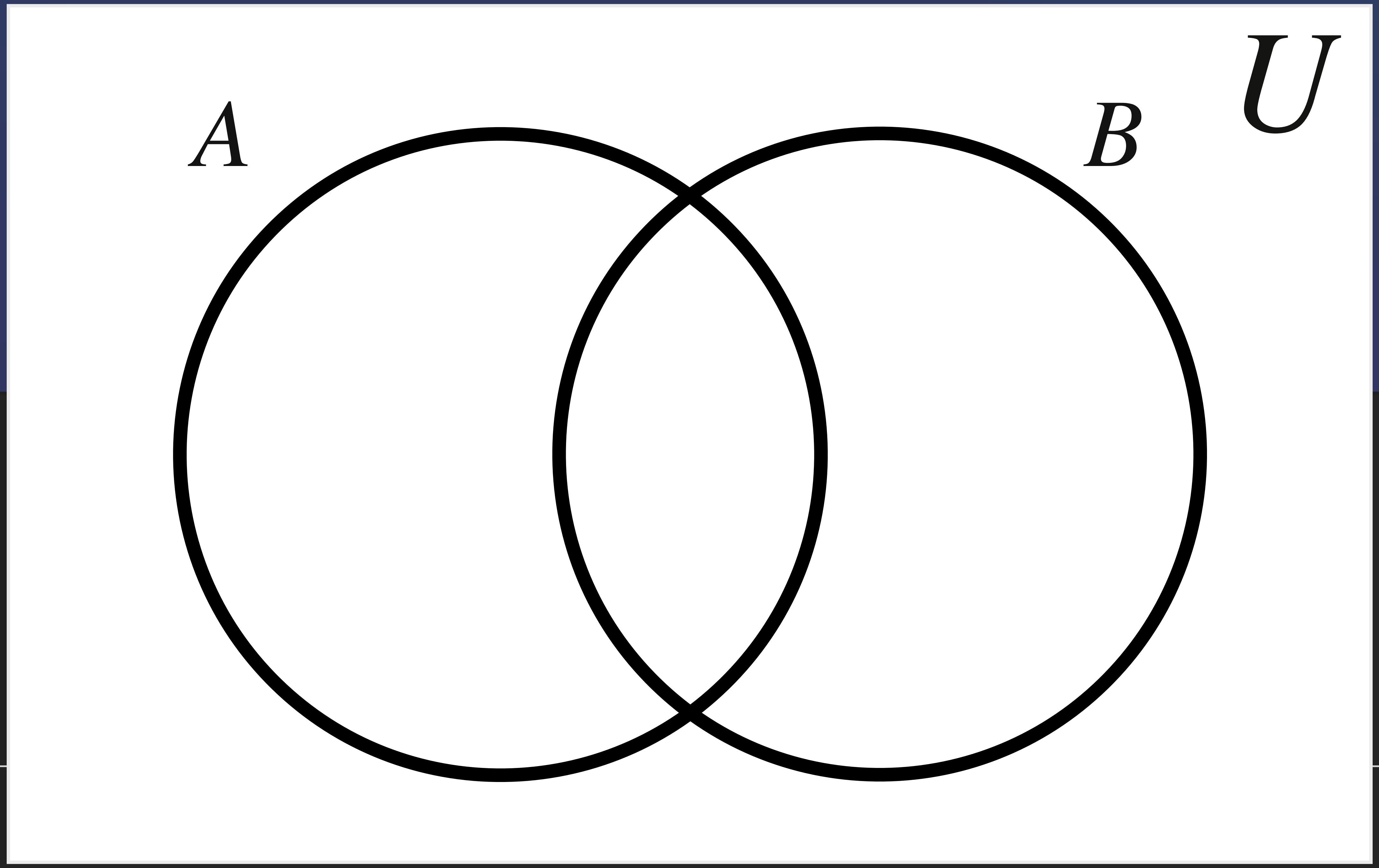
ตัวอย่างการหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 1

ให้ $n(A)=9$, $n(B)=4$ และ $n(A\cup B)=16$ จงหา $n(A\cap B)$

ตัวอย่างการหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 2

ในแผนภาพข้างล่างนี้ กำหนดให้ U, A, B และ $A \cap B$ เป็นเซตที่มีจำนวนสมาชิก 100, 40, 25 และ 6 ตามลำดับ จงหาจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์



$A - B$

$B - A$

$A \cup B$

A'

B'

$(A \cup B)'$

ข้อแนะนำการทำโจทย์

1 อ่านและทำความเข้าใจโจทย์ ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง กำหนดเซตและสร้างแผนภาพขึ้นมาเพื่อให้มองภาพง่ายขึ้น

2 แทนค่าลงไปในสูตรเพื่อหาจำนวนสมาชิกของเซตที่โจทย์ต้องการออกมา

3 ถ้าเป็นโจทย์ปัญหาเรื่องเซต จะมีสูตรที่ใช้เพียง 2 สูตรเท่านั้น คือสูตรการหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 2 เซต และ 3 เซต

ตัวอย่างการหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 3

จากการสอบถามพ่อบ้านพบว่า มีผู้ที่ดื่มชาหรือกาแฟเป็นประจำจำนวน 120 คน มีผู้ที่ชอบดื่มชา 60 คน ชอบดื่มกาแฟ 70 คน จงหาจำนวนพ่อบ้านที่ชอบดื่มทั้งชาและกาแฟ

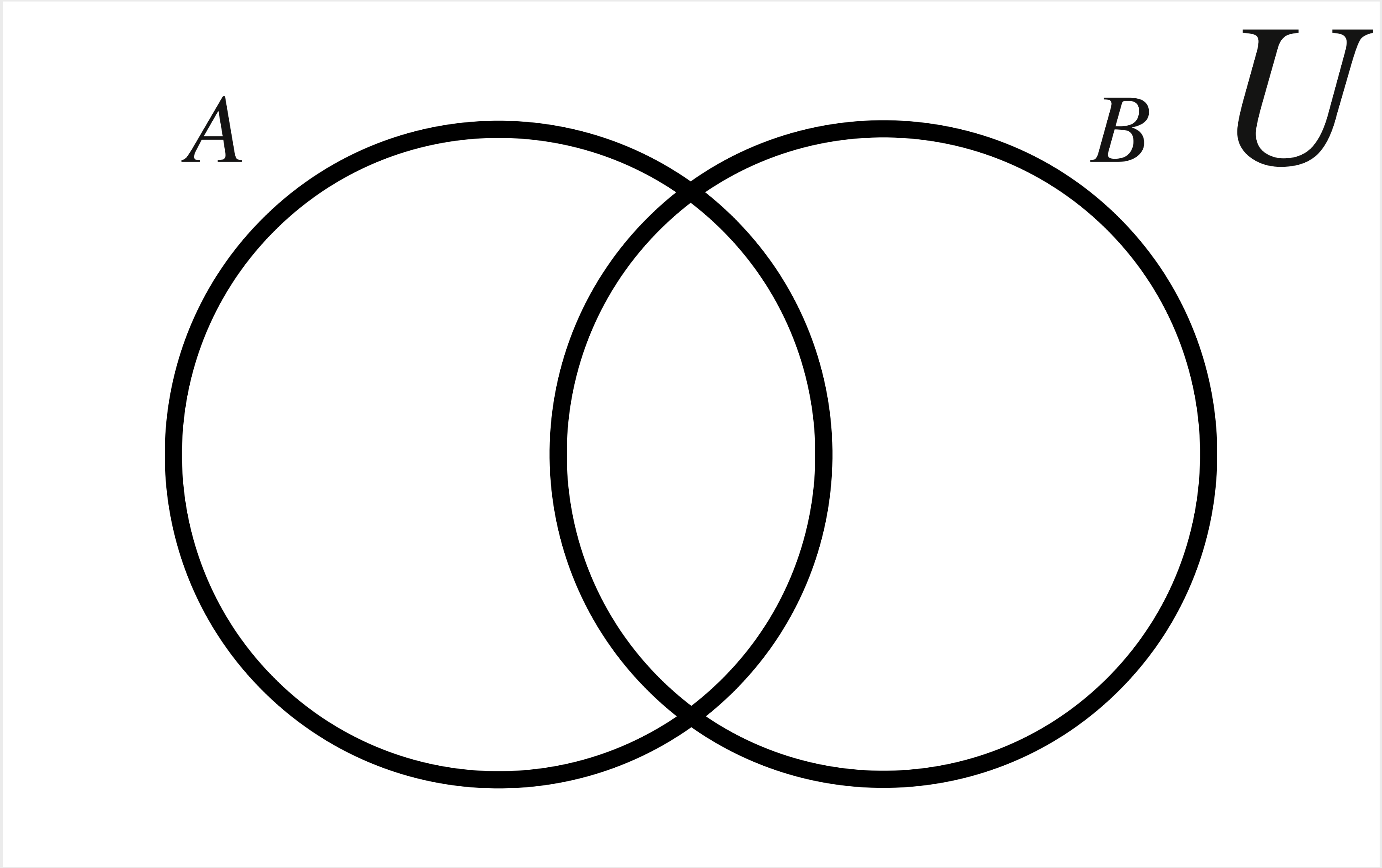
ตัวอย่างการหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 4

ในการสอบถามนักเรียนจำนวน 300 คน พบว่า มีผู้ที่ไม่ดื่มทั้งนมและโกโก้ จำนวน 100 คน มีผู้ที่ชอบดื่มนม 100 คน และมีผู้ที่ดื่มโกโก้ 150 คน จงหาว่านักเรียนที่ดื่มทั้งนมและโกโก้มีจำนวนเท่าใด

ตัวอย่างการหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 5

ถ้า $A-B=\{2,4,6\}$, $B-A=\{0,1,3\}$
และ $A\cup B=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$ แล้ว $A\cap B$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใด

แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

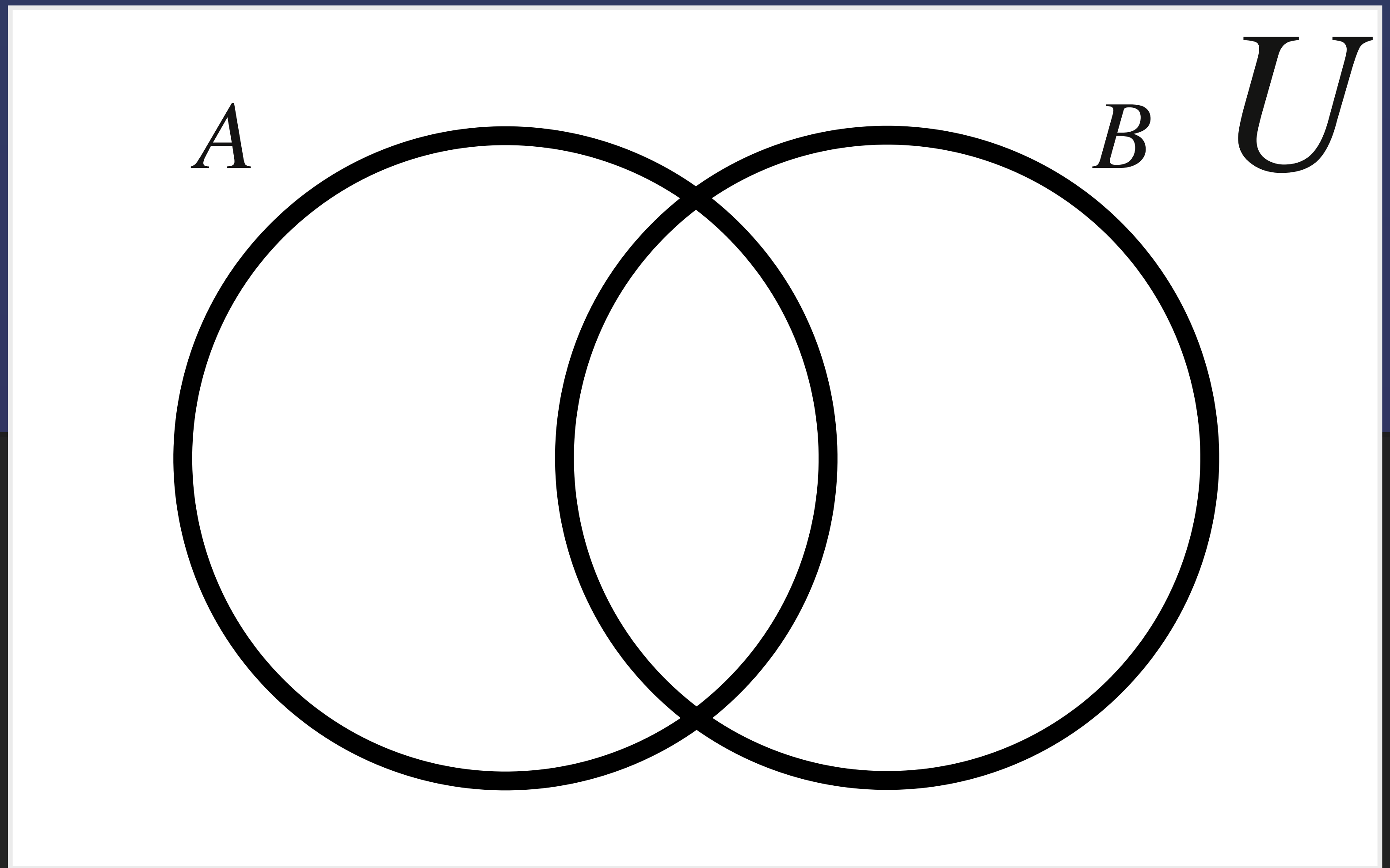


1. $\{0,1,4,5,6,7\}$
2. $\{1,2,4,5,6,8\}$
3. $\{0,1,3,5,7,8\}$
4. $\{0,2,4,5,6,8\}$

ตัวอย่างการหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 6

ในการสุ่มตัวอย่างจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 1,000 คน เพื่อสอบถามข้อมูลการศึกษาต่อ พบว่ามีผู้ต้องการศึกษาต่อจำนวน 370 คน ต้องการทำงานจำนวน 550 คน และต้องการศึกษาต่อหรือทำงานจำนวน 850 คน อยากทราบว่ามีผู้ที่ต้องการศึกษาต่อและต้องการทำงานด้วยทั้งหมดกี่คน

แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์



18

จำนวนสมาชิก

จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด
ที่เกิดจากการดำเนินการ
ของเซต 3 เซต

19

สรุปสำคัญเรื่อเซต

สรุปเนื้อหาที่สำคัญทั้งหมดและ
ฝึกทำข้อสอบ ONET

จำนวนสมาชิกของเซตจำกัดที่เกิดจากการดำเนินการของเซต 3 เซต

ถ้า A , B และ C เป็นเซตจำกัด จะได้ว่าจำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B \cup C$ หรือ $n(A \cup B \cup C)$ หาได้จาก

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$$
$$-n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$$
$$+n(A \cap B \cap C)$$

ในการสอบของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายห้องหนึ่ง พบว่ามีผู้สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์ 37 คน วิชาสังคมศึกษา 48 คน วิชาภาษาไทย 45 คน และมีผู้ที่สอบผ่านวิชาคณิตศาสตร์และสังคมศึกษา 15 คน ผู้ที่สอบผ่านวิชาสังคมศึกษาและภาษาไทยมี 7 คน และมีผู้ที่สอบผ่านทั้งสามวิชา 5 คน

อยากทราบว่ามีผู้ที่สอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชามีกี่คน

ในการสอบถามแม่บ้านเกี่ยวกับผงซักฟอกยี่ห้อต่างๆ ปรากฏว่ามีแม่บ้านที่ใช้ผงซักฟอกยี่ห้อ A, B และ C จำนวน 30%, 40% และ 50% ตามลำดับ โดยที่มีแม่บ้านที่ใช้ผงซักฟอก A และ B 10% ใช้ผงซักฟอก A และ C 15% ใช้ผงซักฟอก B และ C 20% ใช้ทั้งผงซักฟอก A, B และ C 3% อยากทราบว่า

1. แม่บ้านที่ใช้ผงซักฟอก A, B หรือ C อย่างน้อยหนึ่งยี่ห้อมีกี่เปอร์เซ็นต์
2. แม่บ้านที่ใช้ผงซักฟอกยี่ห้ออื่นที่ไม่ใช่ทั้ง A, B และ C มีกี่เปอร์เซ็นต์

ตัวอย่างข้อสอบที่น่าสนใจ

ตัวอย่างข้อสอบที่เกี่ยวข้องกับเรื่องเพาเวอร์เซต

ให้ $A=\{\varnothing,\{\varnothing\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}$ และ $P(A)$ เป็นเพาเวอร์เซตของเซต A

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. **จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เท่ากับ 16**
2. **จำนวนสมาชิกของ $P(A)-\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$ เท่ากับ 7**
3. $\{\varnothing,\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}\subset P(A)-\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$
4. $\{\varnothing,\{\varnothing\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}\subset P(A)$