

เอกสารประกอบการเรียนออนไลน์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ครูประจำวิชา

ครูพัทธนัย อวิรุทธพานิชย์

ครูเจริญ ปินะถา

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนนาเชือกพิทยาสรรค์

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 26

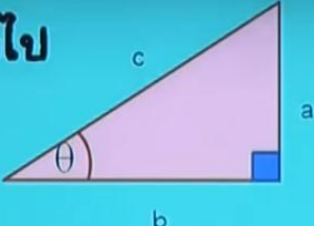
ใบความรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) เรื่อง “ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ” ชั้น ม.5

⇒ ทบทวน “ อัตราส่วนตรีโกณมิติ ” ในระดับม.ต้น

เทคนิคค่า sin cos tan อยู่ในมือ 1

ค่า sin cos tan อยู่ในมือ #1



ปกติทั่วไป


$$\sin \theta = \frac{\text{ข้าม (มุม } \theta \text{)}}{\text{ตรงข้าม (มุมฉาก)}} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} = \frac{a}{c}$$
$$\cos \theta = \frac{\text{ชิด (มุม } \theta \text{)}}{\text{ตรงข้าม (มุมฉาก)}} = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}} = \frac{b}{c}$$
$$\tan \theta = \frac{\text{ข้าม (มุม } \theta \text{)}}{\text{ชิด (มุม } \theta \text{)}} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} = \frac{a}{b}$$

เทคนิคค่า sin cos tan อยู่ในมือ 1

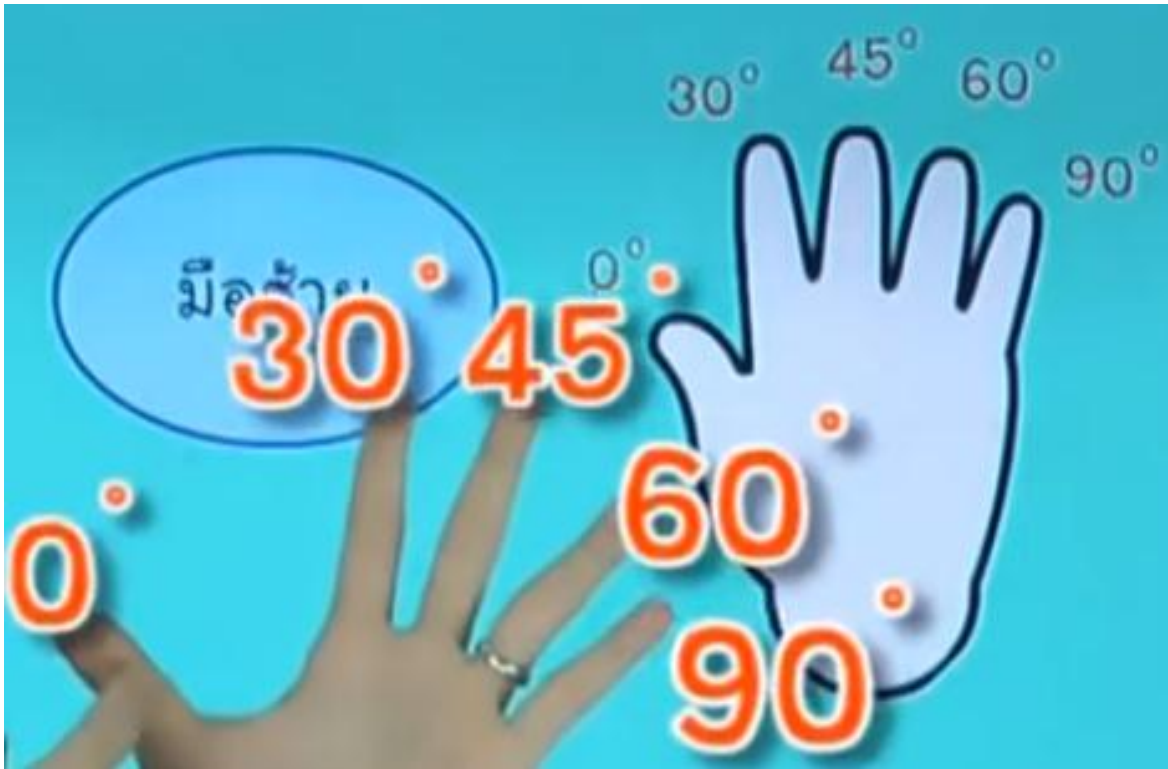
ค่า sin cos tan อยู่ในมือ #1

เทคนิค

1. ด้านบนใส่ root $\left[\sqrt{\quad} \right]$
2. ด้านล่าง หาร 2



การหาค่า \sin , \cos และ \tan จากมือซ้าย



มาดู! มือ กับ องศา



หาค่า \sin , \cos , \tan ของ องศาไหน ให้หัดนี้ไว้

◆ กรณีที่ 1 การหาค่า sin , COS และ tan จากมือซ้าย มุม 30°

30° หัดนิ้วชี้

ข้างบนใส่ root ข้างล่างหาร 2

$$\sin 30^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{2} = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\text{ขวา}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ขวา}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ค่า sin cos tan อยู่ในมือ #1

30° หัดนิ้วชี้

ข้างบนใส่ root ข้างล่างหาร 2

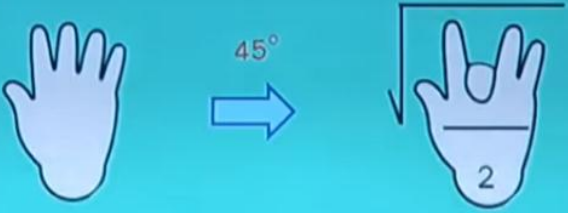
$$\sin 30^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{2} = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\text{ขวา}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{ข้าง}}{\text{ขวา}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

- ◆ กรณีที่ 2 การหาค่า sin , COS และ tan จากมือซ้าย มุม 45°

45° หัดนิ้วกลาง



45°


$$\sin 45^\circ = \frac{\text{ซ้าย}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\text{ขวา}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{\text{ซ้าย}}{\text{ขวา}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

ค่า sin cos tan อยู่ในมือ #1

45° หัดนิ้วกลาง



45°

$$\sin 45^\circ = \frac{\text{ซ้าย}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\text{ขวา}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

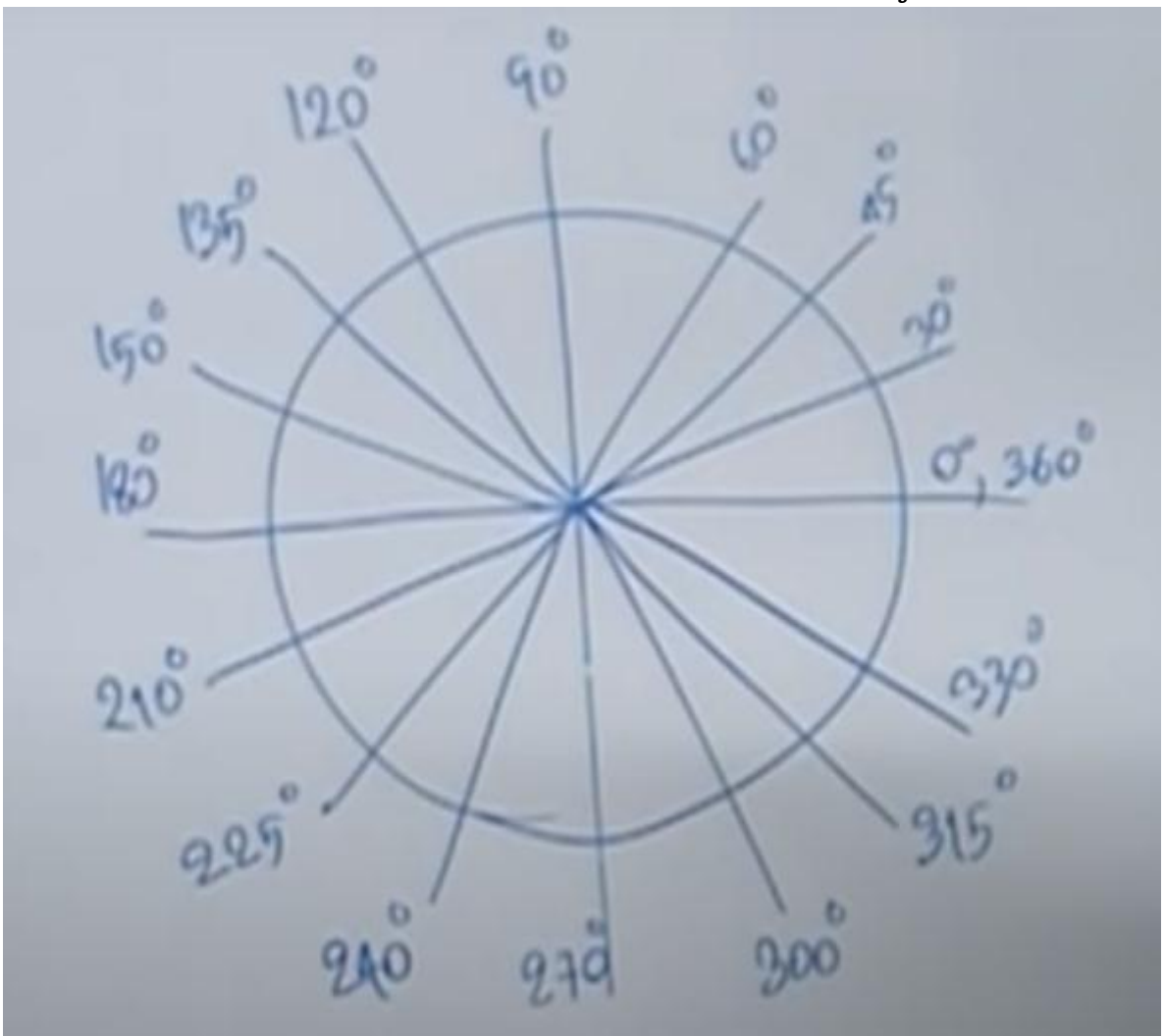
$$\tan 45^\circ = \frac{\text{ซ้าย}}{\text{ขวา}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

ใบความรู้ที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) เรื่อง “ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ” ชั้น ม.5

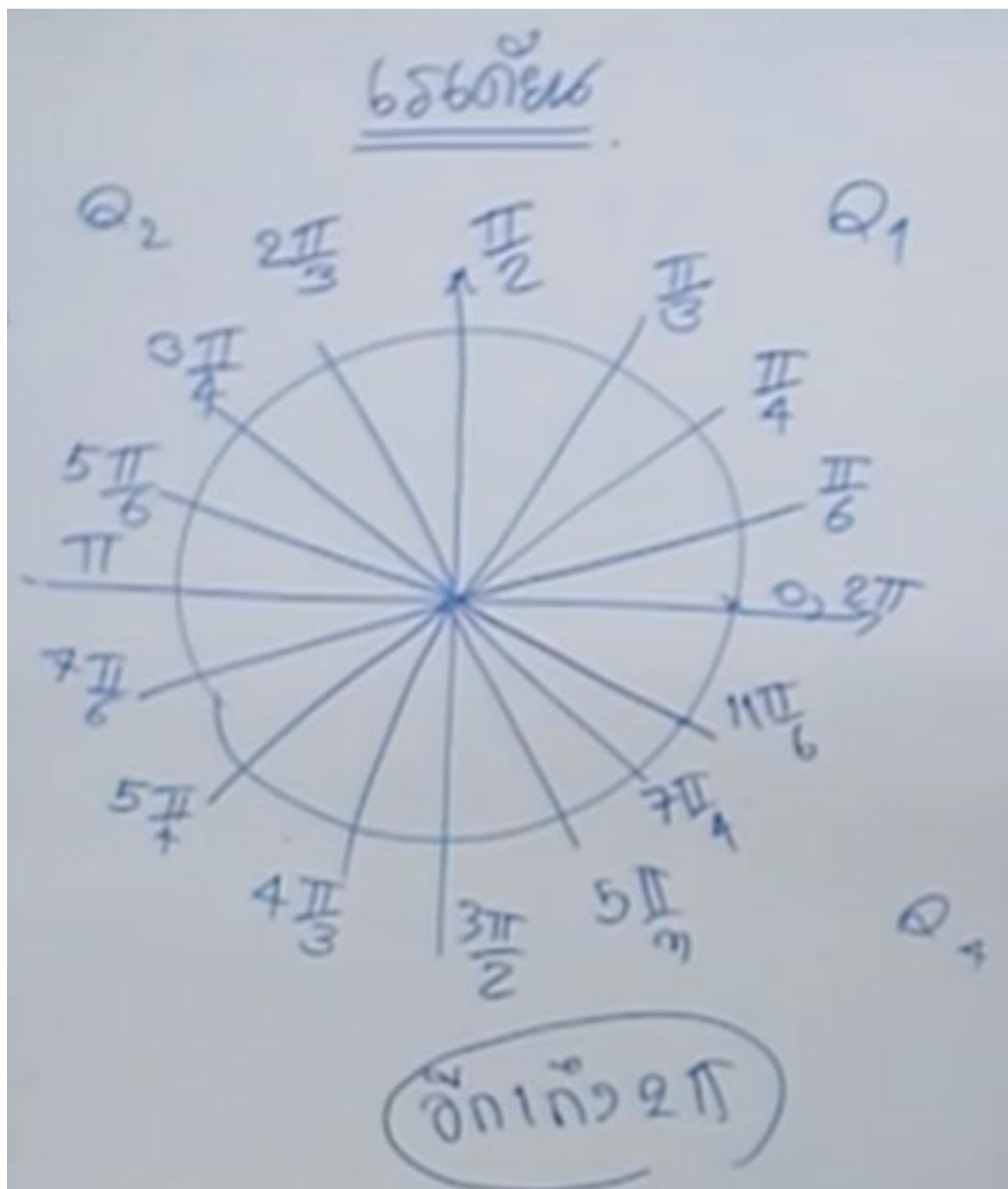
● สรุป “ วงกลมหนึ่งหน่วย ” ●

1) หน่วยเป็นองศา จะพบว่า วงกลมหนึ่งหน่วยคิดเป็น 360 องศา แสดงดังรูป



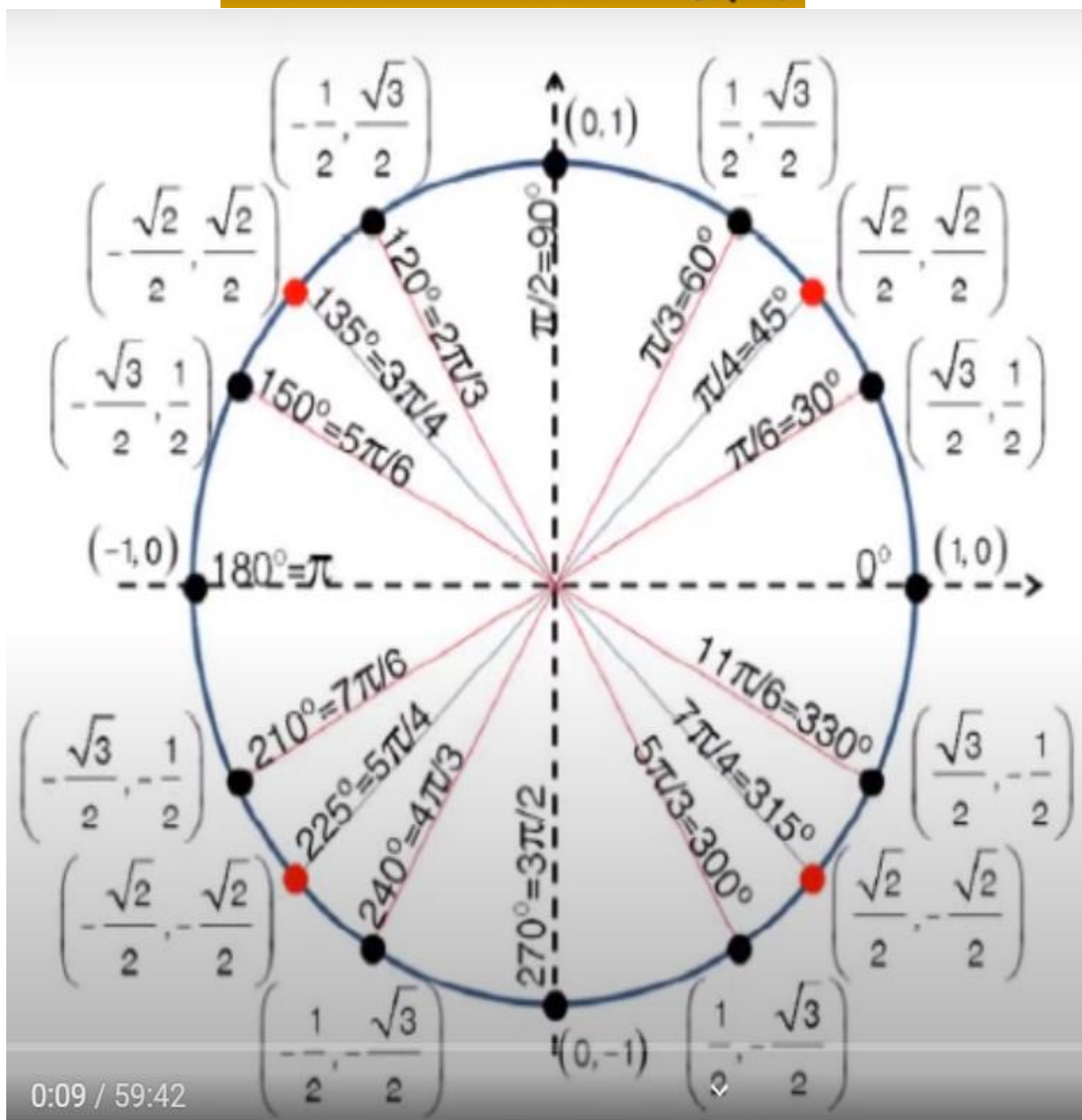
\

2) หน่วยเป็นเรเดียน จะพบว่า วงกลมหนึ่งหน่วยคิดเป็น 2π เรเดียน แสดงดังรูป



การเปรียบเทียบระหว่างหน่วยองศากับหน่วยเรเดียน

วงกลมหนึ่งหน่วย...สำคัญสุดๆ

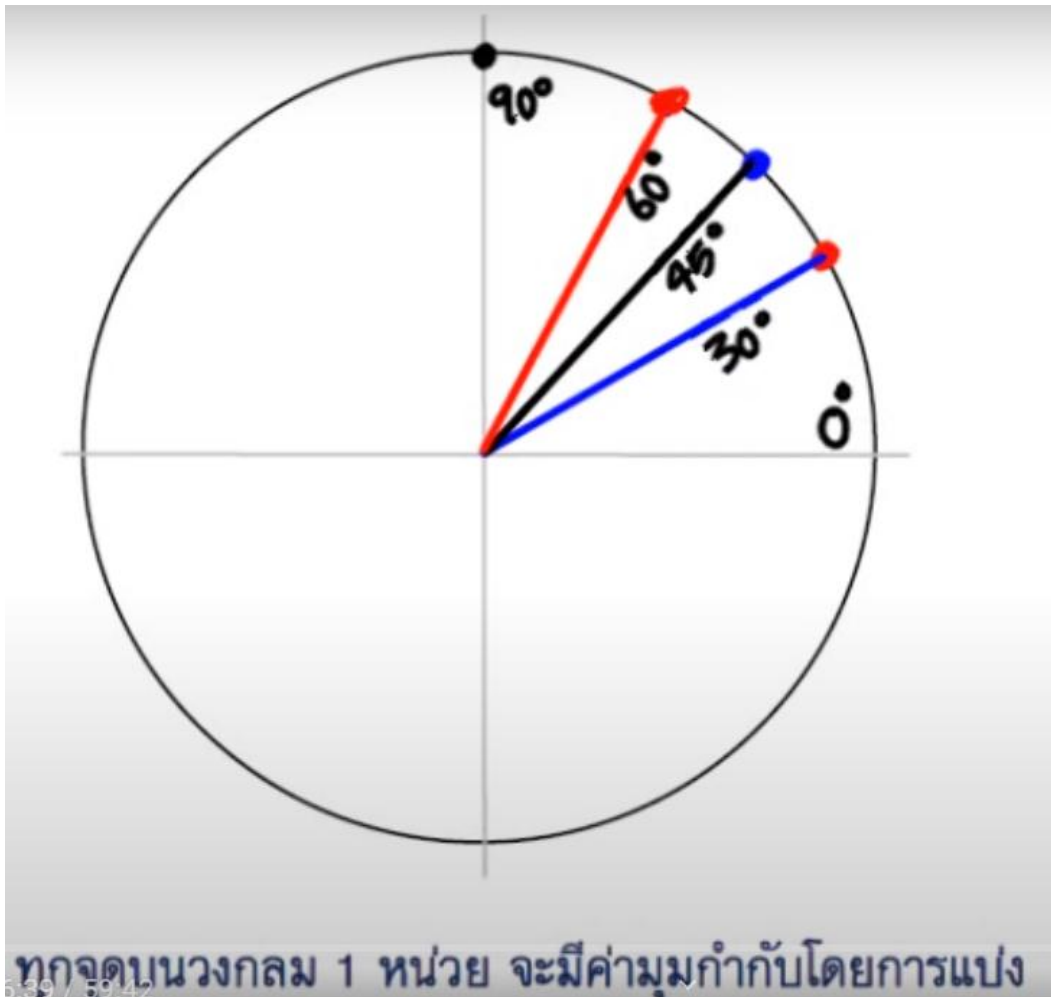


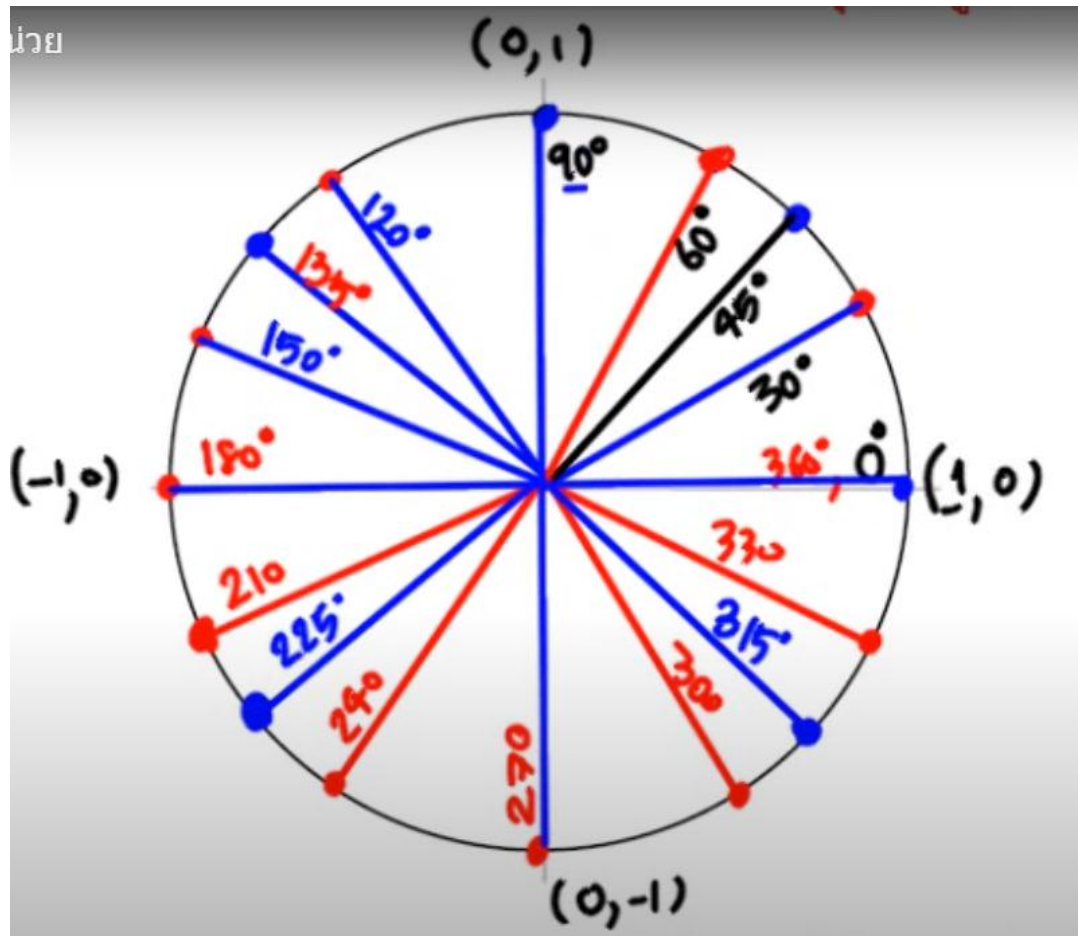
ใบความรู้ที่ 3

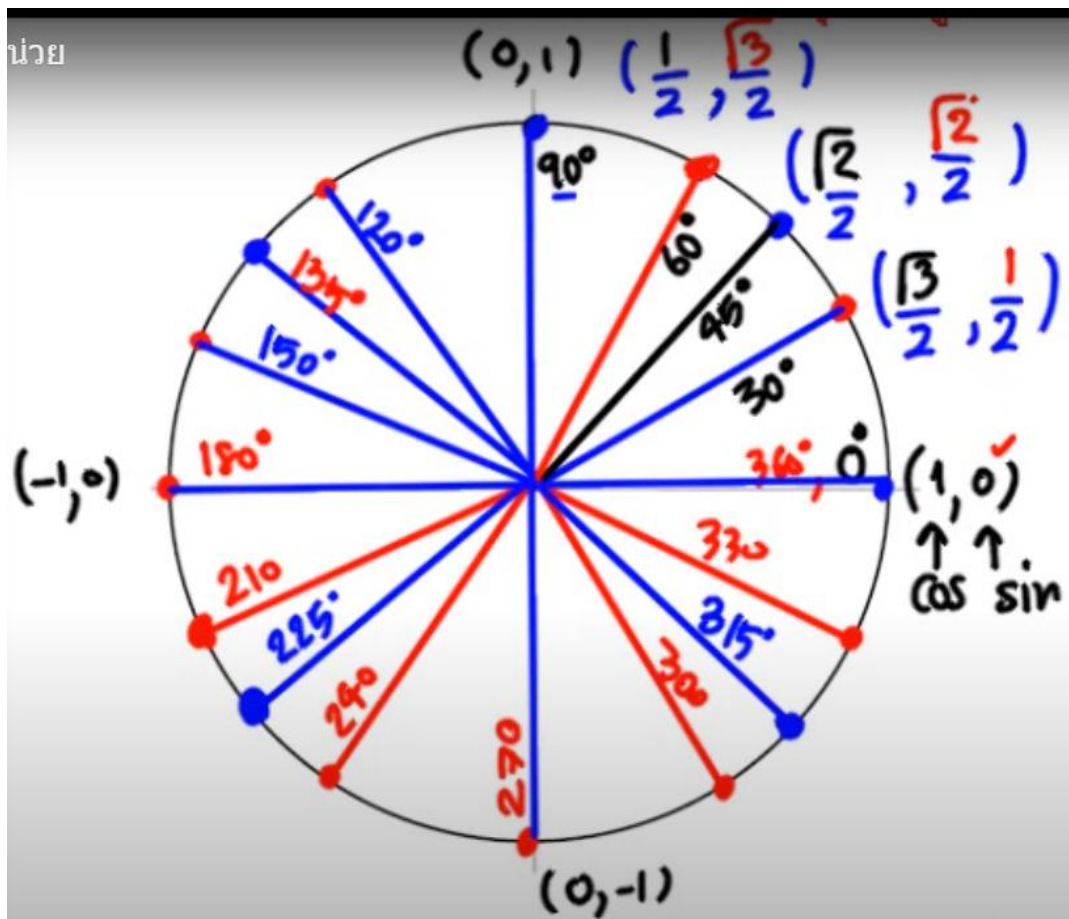
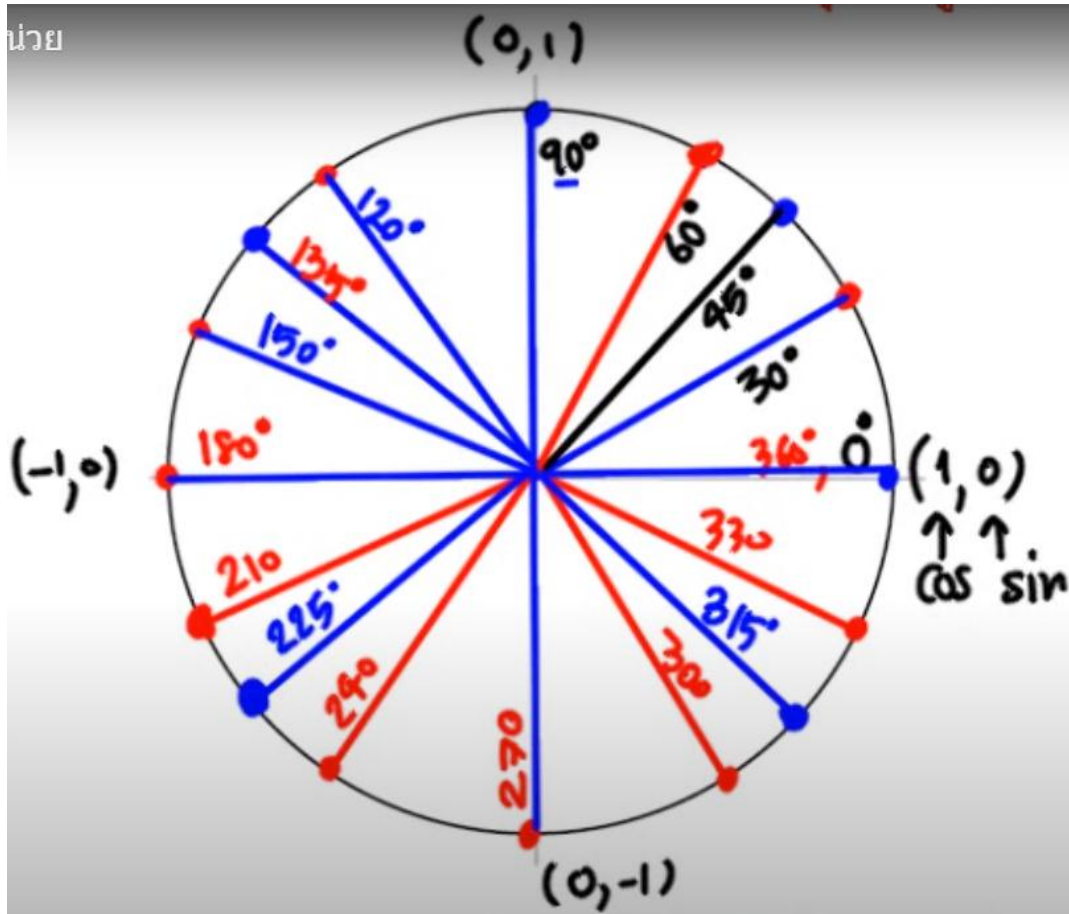
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) เรื่อง “ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ” ชั้น ม.5

.....

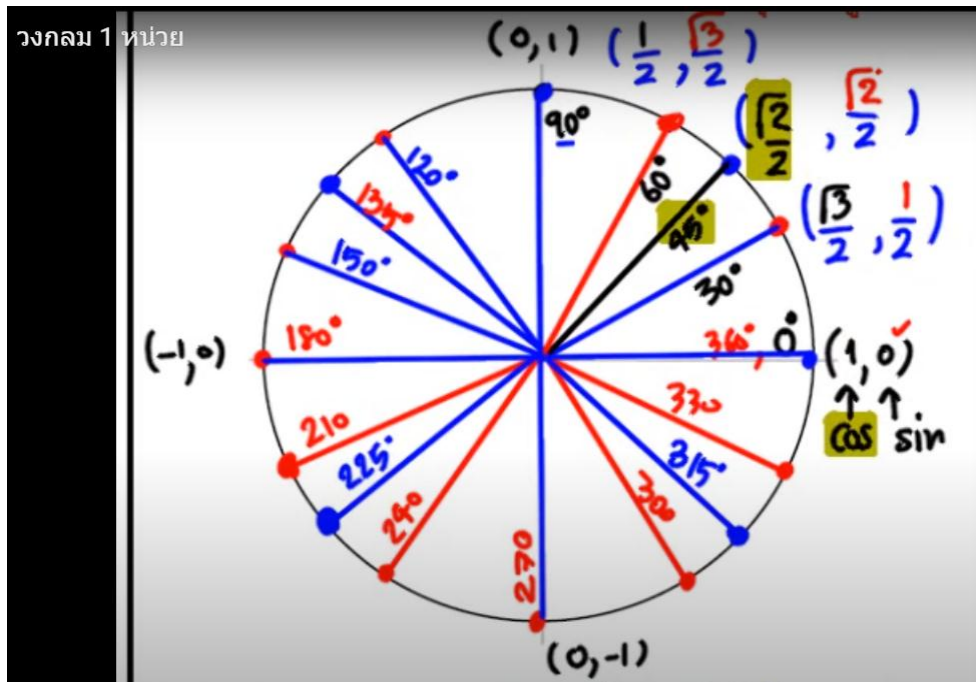
- ◆ การหาพิกัดของจุดบนวงกลมหนึ่งหน่วย ในควอดรันต์ที่ 1- 4 หรือจตุภาคที่ 1- 4





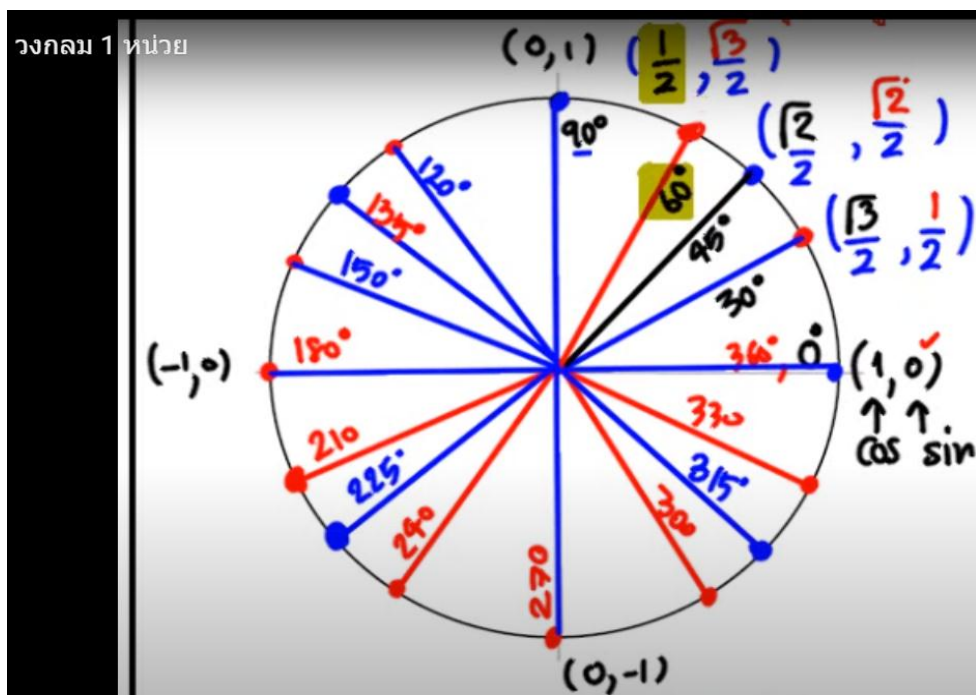


ตัวอย่างที่ 1 การหาค่า $\cos 45^\circ$ จากวงกลมหนึ่งหน่วย



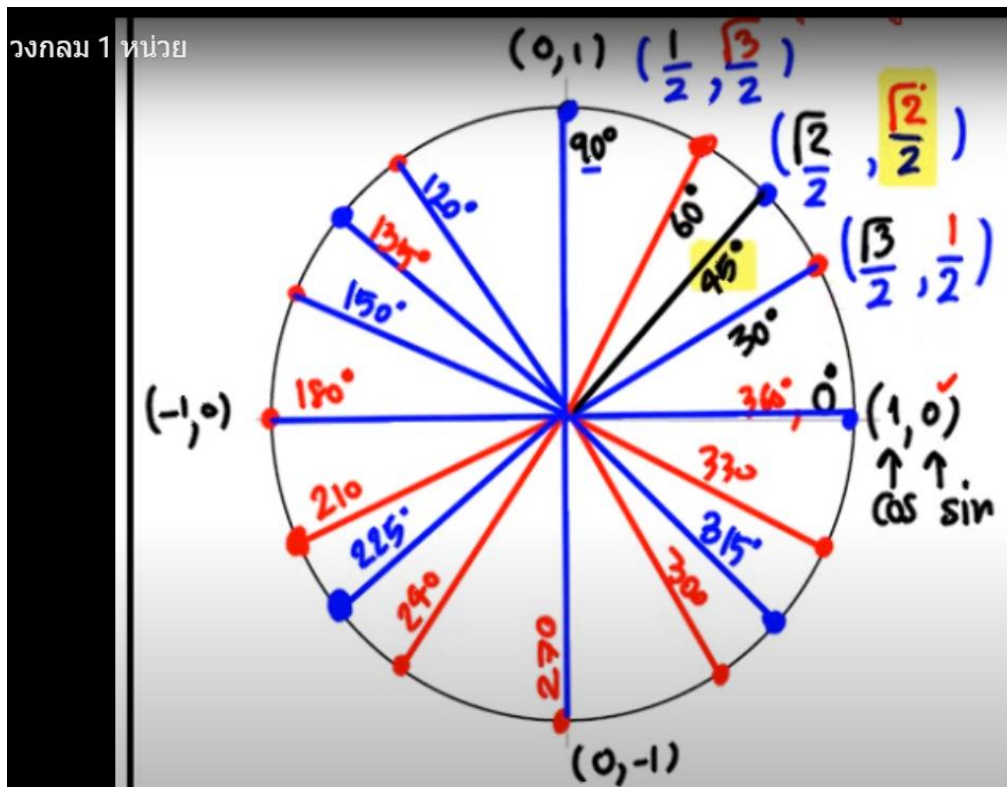
จากรูปจะได้ $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

ตัวอย่างที่ 2 การหาค่า $\cos 60^\circ$ จากวงกลมหนึ่งหน่วย



จากรูปจะได้ $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

ตัวอย่างที่ 3 การหาค่า $\sin 45^\circ$ จากวงกลมหนึ่งหน่วย



จากรูปจะได้ $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

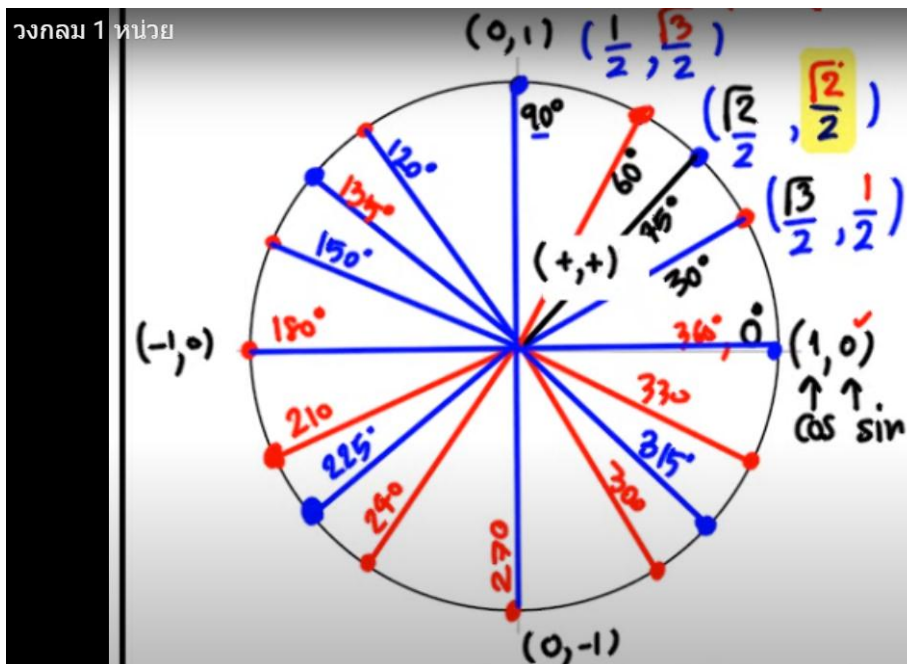
ตัวอย่างที่ 4 การหาค่า $\sin 60^\circ$ จากวงกลมหนึ่งหน่วย

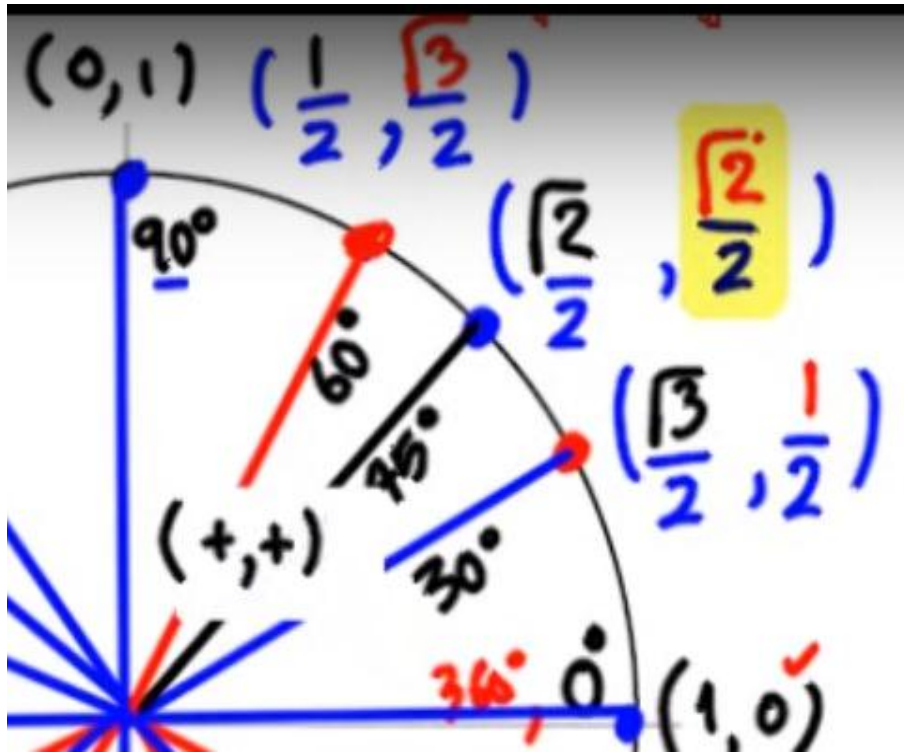
ใบความรู้ที่ 4

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) เรื่อง “ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ” ชั้น ม.5

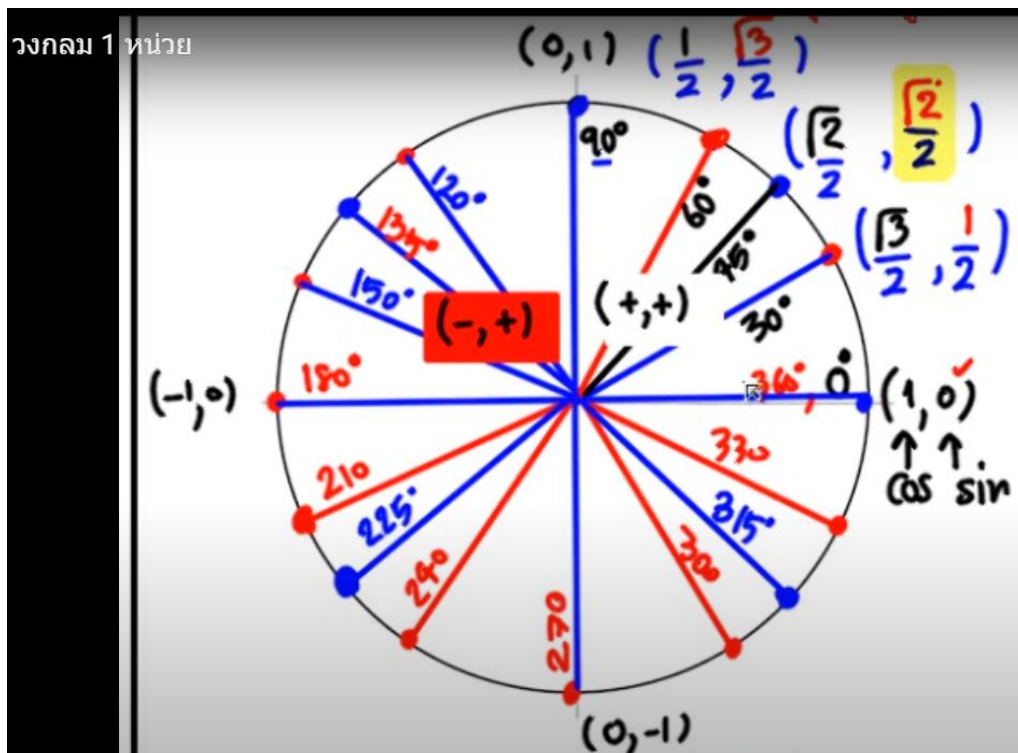
◆ การพิจารณาค่า COS และ sin ในแต่ละควอดรนต์ ◆

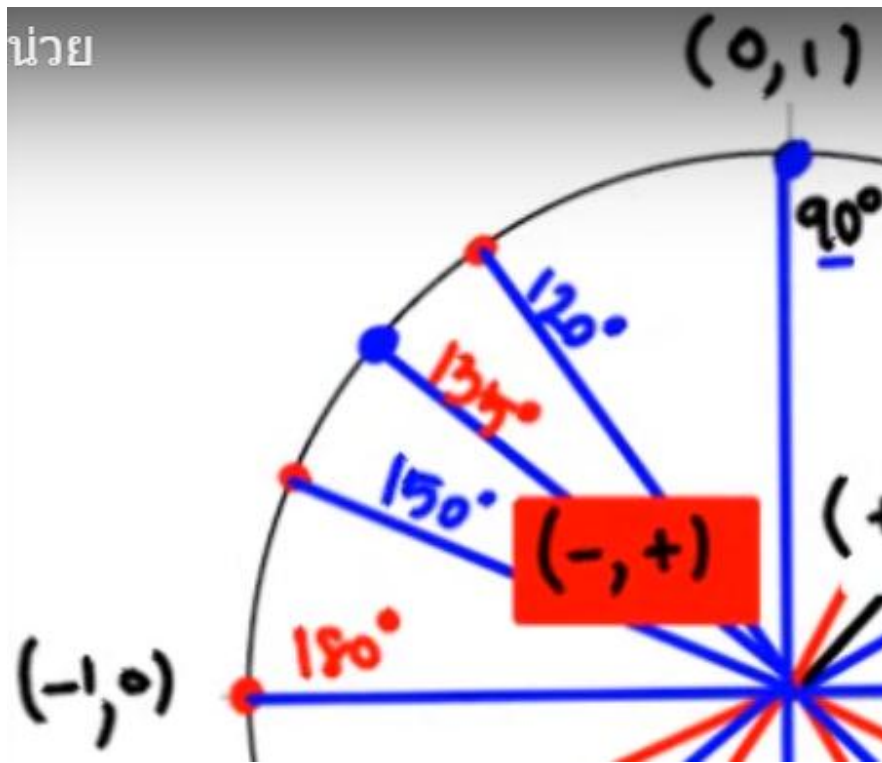
- ควอดรนต์ที่ 1 จะได้อ่านค่าของ $(\cos, \sin) = (+, +)$



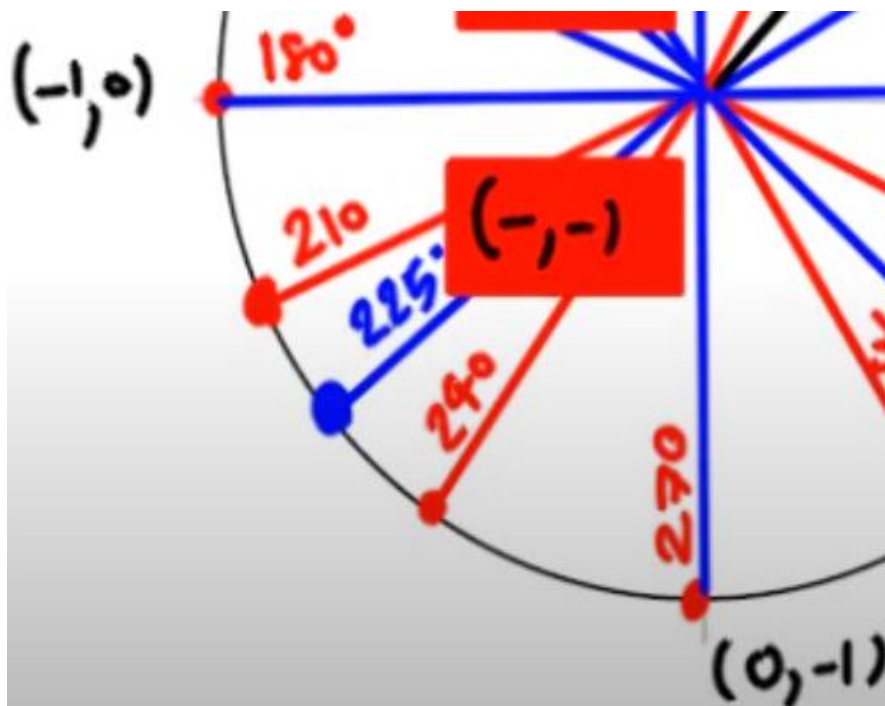
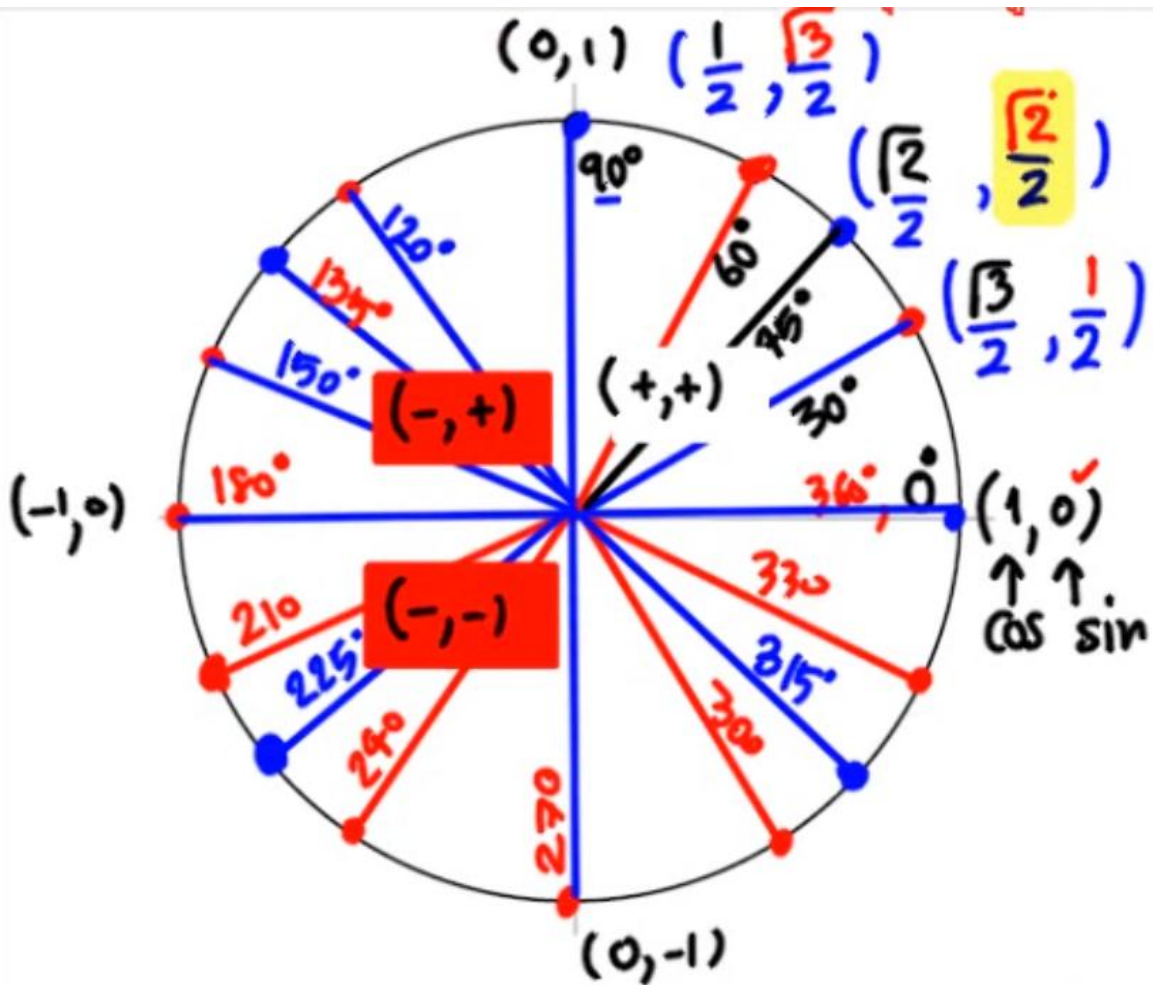


- ควอดรันต์ที่ 2 จะได้ค่าของ $(\cos, \sin) = (-, +)$



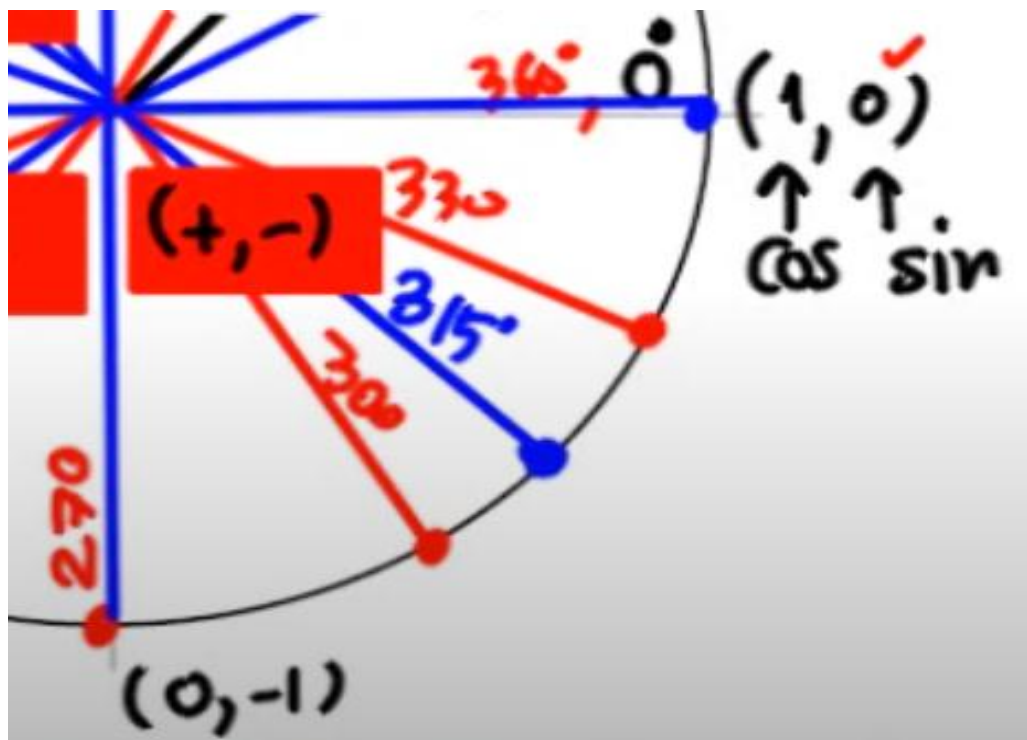
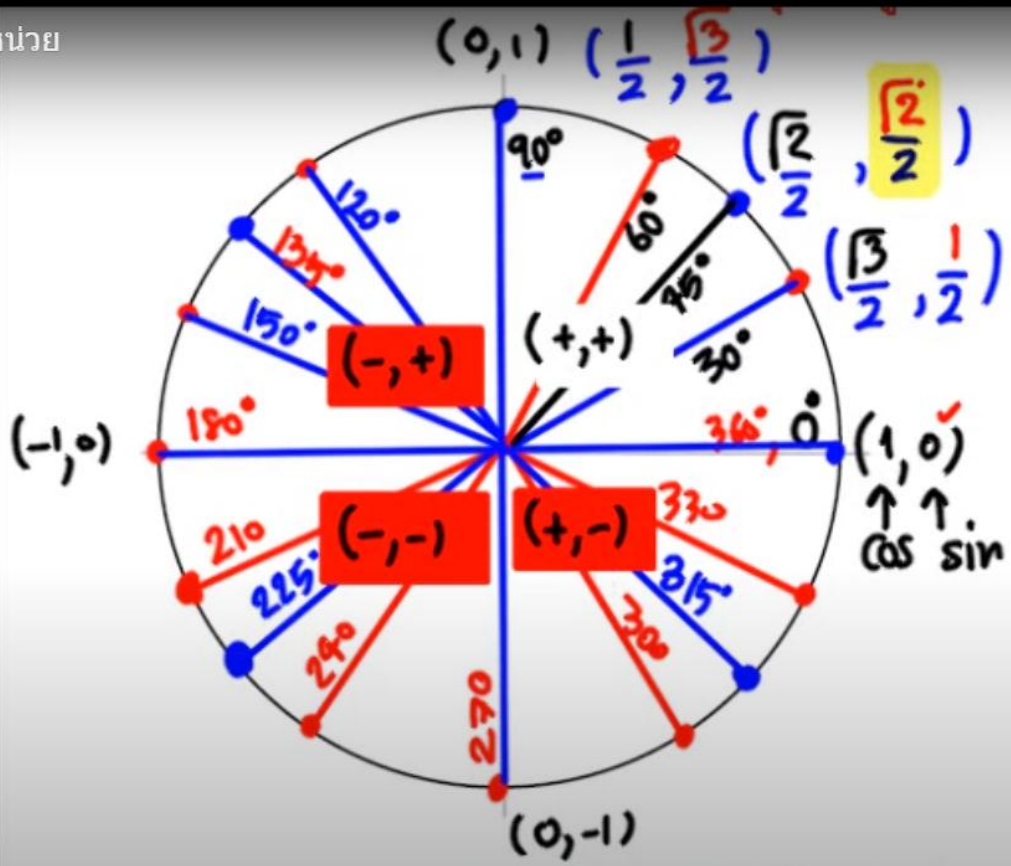


- ควอดรันต์ที่ 3 จะได้ค่าของ $(\cos, \sin) = (-, -)$



- ควอดรนต์ที่ 4 จะได้ค่าของ $(\cos, \sin) = (+, -)$

วงกลม 1 หน่วย

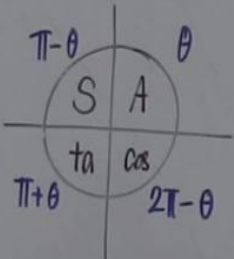


ใบความรู้ที่ 5

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) เรื่อง “ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ” ชั้น ม.5

◆ การแก้สมการตรีโกณมิติ ◆

62 $0 \leq x \leq 2\pi$



62.1 $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore x = \frac{\pi}{3}, \pi - \frac{\pi}{3}$$
$$= \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \#$$

62.2 $\cos x = -\frac{1}{2}$

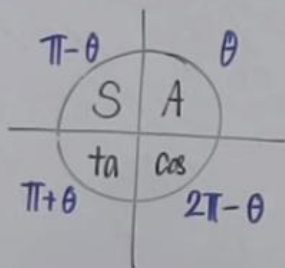
$$\therefore x = \pi - \frac{\pi}{3}, \pi + \frac{\pi}{3}$$
$$= \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \#$$

62.3 $\tan x = \sqrt{3}$

$$\therefore x = \frac{\pi}{3}, \pi + \frac{\pi}{3}$$
$$= \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \#$$

62

$$0 \leq x \leq 2\pi$$



$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sec 45^\circ = \sqrt{2}$$

$$\sec 60^\circ = 2$$

62.4

$$\sec x = -\sqrt{2}$$

$$x = \pi - \frac{\pi}{4}, \pi + \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \#$$

62.3

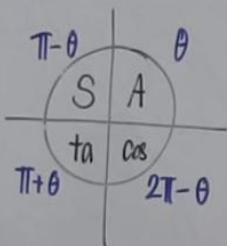
$$\tan x = 1$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{\pi}{3}$$

62

$$0 \leq x \leq 2\pi$$



$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\csc 30^\circ = 2$$

62.5

$$\csc x = 2$$

$$x = \frac{\pi}{6}, \pi - \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

62.4

$$\sec x = -\sqrt{2}$$

$$x = \pi - \frac{\pi}{4}, \pi + \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \#$$

62.6

$$\cot x = -1$$

$$x = \pi - \frac{\pi}{4}, 2\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \#$$

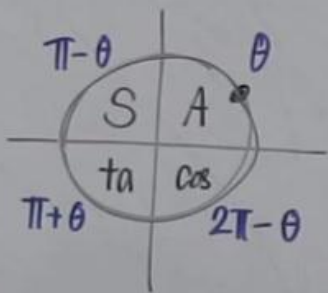
62

$$0 \leq 2x \leq 4\pi$$

$$0 \leq x \leq 2\pi$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{cosec} 30^\circ = 2$$



63.1

$$\cot 2x = 1$$

∴

$$2x = \frac{\pi}{4}, \pi + \frac{\pi}{4}, 2\pi + \frac{\pi}{4}, 3\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$2x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{13\pi}{8} \#$$

63.2

$$\sin[2x] = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore 2x = \pi + \frac{\pi}{3}, 2\pi - \frac{\pi}{3}, 3\pi + \frac{\pi}{3}, 4\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$2x = \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}$$

$$x = \frac{4\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{10\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

$$= \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{3}, \frac{11\pi}{6}$$

#

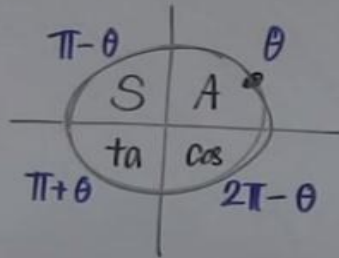
62

$$0 \leq 2x \leq 4\pi$$

$$0 \leq x \leq 2\pi$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\csc 30^\circ = 2$$



63,3

$$\sec^2 x = 2$$

$$\sec x = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{4}, \pi - \frac{\pi}{4}, \pi + \frac{\pi}{4}, 2\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \quad \#$$

