

ทบทวนการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองด้วยวิธีต่าง ๆ

1. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว

ในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $c = 0$

ในกรณีที่ $c = 0$ พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวจะอยู่ในรูป $ax^2 + bx$ สามารถใช้สมบัติการแจกแจงแยกตัวประกอบได้

ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 + 2x$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad x^2 + 2x &= (x)(x) + (2)(x) \\ &= x(x + 2)\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงแยกตัวประกอบของ $4x^2 - 20x$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad 4x^2 - 20x &= (4x)(x) - (4x)(5) \\ &= 4x(x - 5)\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงแยกตัวประกอบของ $-4x^2 - 6x$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad -4x^2 - 6x &= -2x(2x + 3) \\ \text{หรือ} \quad -4x^2 - 6x &= 2x(-2x - 3)\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงแยกตัวประกอบของ $-15x^2 + 12x$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad -15x^2 + 12x &= (3x)(-5x) + (3x)(4) \\ &= 3x(-5x + 4) \\ \text{หรือ} \quad -15x^2 + 12x &= (-3x)(-5x) - (-3x)(4) \\ &= -3x(5x - 4)\end{aligned}$$

2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว

ในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a = 1$, b และ c เป็นจำนวนเต็ม $c \neq 0$

ในกรณีที่ $a = 1$ และ $c \neq 0$ พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวจะอยู่ในรูป $ax^2 + bx + c$

สามารถแยกตัวประกอบพหุนามในรูปนี้ได้ โดยอาศัยแนวคิดจากการหาผลคูณของพหุนาม ดังตัวอย่างต่อไปนี้

จากการหาผลคูณ $(x + 2)(x + 3)$ ดังกล่าว จะได้ขั้นตอนการแยกตัวประกอบของ $x^2 + 5x + 6$ โดยทำขั้นตอนย้อนกลับ ดังนี้

$$\begin{aligned}x^2 + 5x + 6 &= x^2 + (2 + 3)x + (2)(3) && [2 + 3 = 5 \text{ และ } (2) \times (3) = 6] \\ &= x^2 + (2x + 3x) + (2)(3) \\ &= (x^2 + 2x) + [3x + (2)(3)] \\ &= (x + 2)x + (x + 2)(3) \\ &= (x + 2)(x + 3)\end{aligned}$$

นั่นคือ $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

$$\begin{aligned}
x^2 - x - 20 &= x^2 + (-1)x + (-2) \\
&= (x^2 + 4x) + [(-5)x + (4)(-5)] && [4 + (-5) = -1 \text{ และ } (4) \times (-5) = -20] \\
&= x^2 + [4x + (-5)x] + (4)(-5) \\
&= (x^2 + 4x) + [(-5)x + (4)(-5)] \\
&= (x + 4)x + (x + 4)(-5) \\
&= (x + 4) [x + (-5)] \\
&= (x + 4)(x - 5)
\end{aligned}$$

นั่นคือ $x^2 - x - 20 = (x + 4)(x - 5)$

ในกรณีทั่วไป เราสามารถแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนเต็ม และ $c \neq 0$ ได้ ถ้าเราสามารถหา จำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้เท่ากับพจน์ที่เป็นค่าคงตัวคือ c และบวกกันได้เท่ากับสัมประสิทธิ์ของ x คือ b

ถ้าให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มสองจำนวน ซึ่ง $mn = c$ และ $m + n = b$

จะได้ว่า $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$

ตัวอย่างที่ 5 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 - 10x + 21$

วิธีทำ เนื่องจาก $(-3)(-7) = 21$
และ $(-3) + (-7) = -10$
ดังนั้น $x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)$

ตัวอย่างที่ 6 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 + 5x - 6$

วิธีทำ เนื่องจาก $(-1)(6) = -6$
และ $(-1) + (6) = 5$
ดังนั้น $x^2 + 5x - 6 = (x - 1)(x + 6)$

ตัวอย่างที่ 7 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 - 2x - 24$

วิธีทำ -เนื่องจาก $(4)(-6) = -24$
และ $(4) + (-6) = -2$
ดังนั้น $x^2 - 2x - 24 = (x + 4)(x - 6)$

ตัวอย่างที่ 8 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 + 2x + 1$

วิธีทำ เนื่องจาก $(1)(1) = 1$
และ $(1) + (1) = 2$
ดังนั้น $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x + 1)$

ตัวอย่างที่ 9 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 - 9$

วิธีทำ เนื่องจาก $(-3)(3) = -9$
และ $(-3) + (3) = 0$
ดังนั้น $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

สำหรับพหุนามดีกรีสอง เช่น $x^2 + 3x + 1$ เนื่องจากไม่มีจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้ 1 และบวกกันได้ 3 ดังนั้น เราจึงไม่สามารถเขียนพหุนาม $x^2 + 3x + 1$ ให้อยู่ในรูปการคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม นั่นคือ เราไม่สามารถแยกตัวประกอบของ $x^2 + 3x + 1$ ได้

โดยทั่วไปแล้ว ในการแยกตัวประกอบของพหุนาม $x^2 + bx + c$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนเต็ม และ $c \neq 0$ ถ้าเราไม่สามารถหาจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้เท่ากับ c และบวกกันได้เท่ากับ b เราก็ไม่สามารถแยกตัวประกอบของ $x^2 + bx + c$ ออกเป็นตัวประกอบที่เป็นพหุนามดีกรีหนึ่งซึ่งมีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม

3. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว

ในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม และ $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$

เพื่อความสะดวกในการหาข้อสรุปของวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนาม $ax^2 + bx + c$ เราจะเรียก ax^2 ว่าพจน์หน้า เรียก bx ว่าพจน์กลาง และเรียก c ว่าพจน์หลัง

พิจารณาการคูณพหุนามดีกรีหนึ่งต่อไปนี้โดยใช้สมบัติการแจกแจง

$$\begin{aligned} (2x - 3)(3x + 1) &= (2x - 3)(3x) + (2x - 3)(1) \\ &= (6x^2 - 9x) + (2x - 3) \\ &= 6x^2 + (-9x + 2x) - 3 \\ &= 6x^2 - 7x - 3 \end{aligned}$$

ดังนั้น ในการแยกตัวประกอบของ $6x^2 - 7x - 3$ จะทำดังนี้

1. หาพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้าคือ $6x^2$ ซึ่งอาจเป็น $2x$ กับ $3x$ หรือ x กับ $6x$ เขียนสองพหุนามนั้นเป็นพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บสองวงเล็บ ดังนี้

$$(2x \quad)(3x \quad) \text{ หรือ } (x \quad)(6x \quad)$$

2. หาจำนวนสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้พจน์หลังคือ -3 ซึ่งอาจเป็น 3 กับ -1 หรือ -3 กับ 1 แล้วเขียนจำนวนทั้งสองนี้เป็นพจน์หลังของพหุนามในแต่ละวงเล็บที่ได้ในข้อ 1. ซึ่งทำให้เกิดกรณีที่ต้องพิจารณา 8 กรณี ดังนี้

- 1) $(2x + 3)(3x - 1)$
- 2) $(2x - 1)(3x + 3)$
- 3) $(2x - 3)(3x + 1)$
- 4) $(2x + 1)(3x - 3)$
- 5) $(x + 3)(6x - 1)$
- 6) $(x - 1)(6x + 3)$
- 7) $(x + 3)(6x + 1)$
- 8) $(x + 1)(6x - 3)$

3. นำผลที่ได้ในข้อ 2 มาหาพจน์กลางเป็น $-7x$ ดังนี้

3.1

$$\begin{array}{c} 9x \\ (2x + 3)(3x - 1) \\ -2x \end{array}$$

ได้พจน์กลางเป็น $9x + (-2x) = 7x$

3.2

$$(2x - 1)(3x + 3)$$

ได้พจน์กลางเป็น $(-3x) + 6x = 3x$

3.3

$$(2x - 3)(3x + 1)$$

ได้พจน์กลางเป็น $(-9x) + 2x = -7x$

จะเห็นว่าเมื่อถึงกรณีนี้ 3) จะได้พจน์กลางของพหุนามที่เป็นผลคูณเท่ากับ $-7x$

ดังนั้นไม่ต้องพิจารณากรณีอื่น ๆ อีก นั่นคือ แยกตัวประกอบของพหุนาม $6x^2 - 7x - 3$ ได้ดังนี้

$$6x^2 - 7x - 3 = (2x - 3)(3x + 1)$$

ตัวอย่างที่ 10 จงแยกตัวประกอบของ $8x^2 - 26x + 15$

วิธีทำ เนื่องจาก $(2x)(4x) = 8x^2$ และ $(-5)(-3) = 15$

$$(2x)(-3) + (-5)(4x) = -6x + (-20x) = -26x$$

$$\text{ดังนั้น } 8x^2 - 26x + 15 = (2x - 5)(4x - 3)$$

ตัวอย่างที่ 11 จงแยกตัวประกอบของ $4x^2 + 13x + 10$

วิธีทำ เนื่องจาก $(4x)(x) = 4x^2$ และ $(5)(2) = 10$

$$(4x)(2) + (5)(x) = 8x + 5x = 13x$$

$$\text{ดังนั้น } 4x^2 + 13x + 10 = (4x + 5)(x + 2)$$

ตัวอย่างที่ 12 จงแยกตัวประกอบของ $12x^2 + 5x - 2$

$$\text{วิธีทำ } 12x^2 + 5x - 2 = (4x - 1)(3x + 2)$$

ตัวอย่างที่ 13 จงแยกตัวประกอบของ $6x^2 - 10x - 4$

$$\text{วิธีทำ } 6x^2 - 10x - 4 = 2(3x^2 - 5x - 2)$$

$$= 2(3x + 1)(x - 2)$$