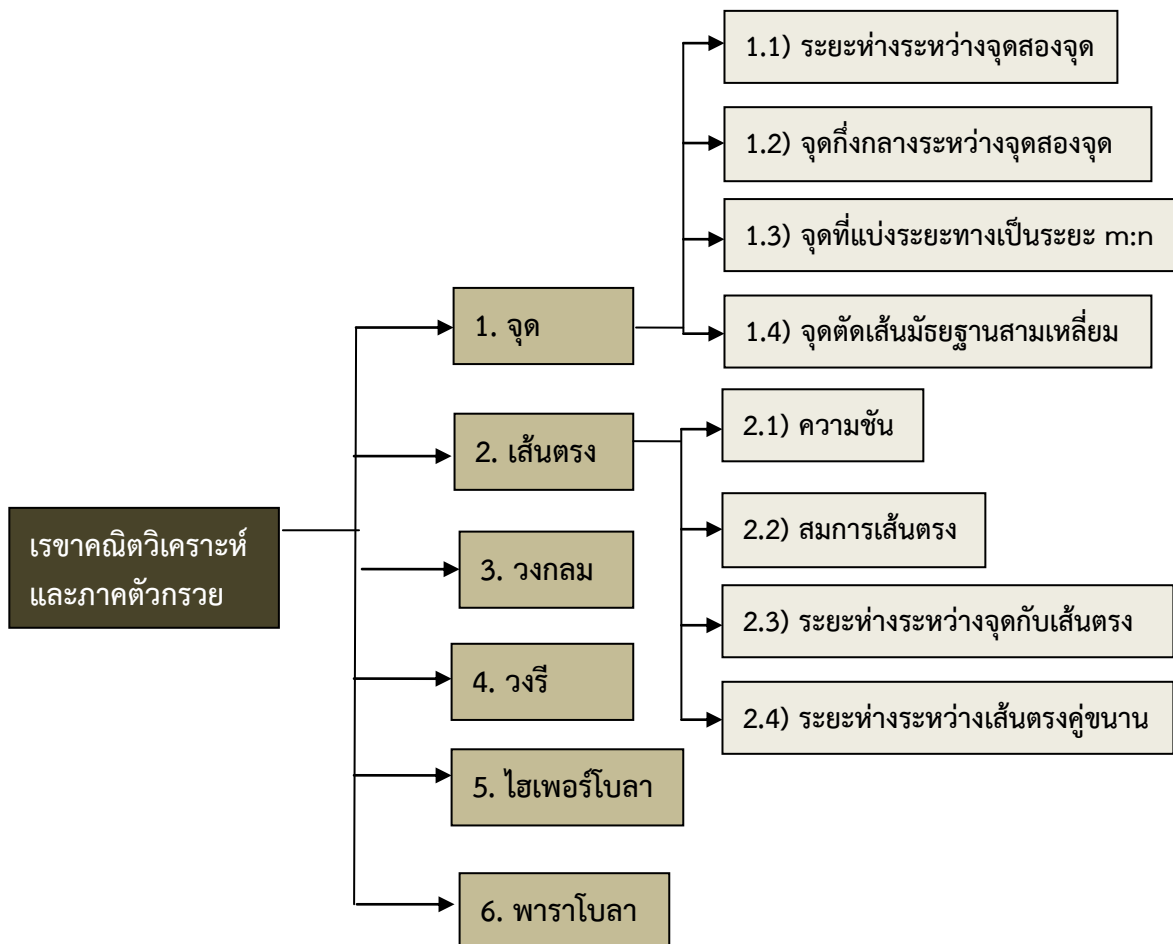


เรขาคณิตวิเคราะห์ และภาคตัดกรวย

ในเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย เป็นบทที่เอาไปประยุกต์ใช้ต่อในหลายๆเรื่องที่เกี่ยวข้องกับรูปทรงต่างๆในวิชาต่างๆทั้ง ฟิสิกส์ หรือคณิตศาสตร์ น้องๆหลายคนมีปัญหาเกี่ยวกับบทนี้นะครับว่าค่อนข้างยาก เนื่องจากสูตรเยอะ ประยุกต์ค่อนข้างมาก และทำข้อสอบไม่ทัน พี่มั่นใจว่า ถ้าตั้งใจเรียนจะหายปัญหาเหล่านี้ น่าจะหมดไปนะครับ

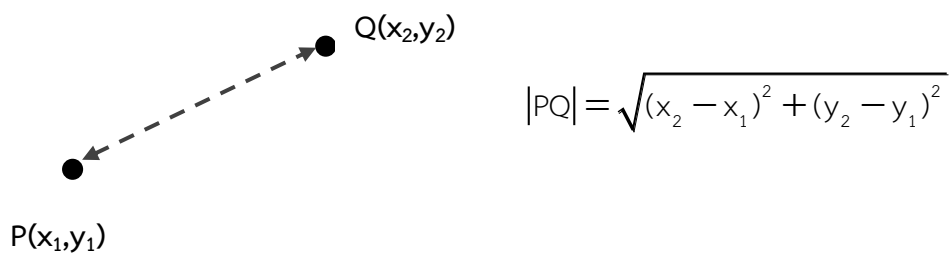


1. จุด

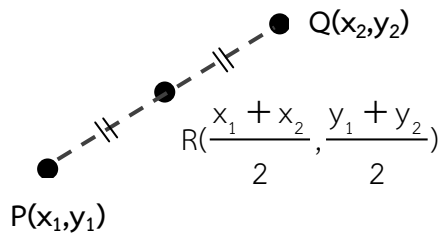
การเขียนชื่อจุดนิยมใช้ตัวอักษรใหญ่ เช่น จุด P, จุด Q และอาจเขียนกำกับด้วยคู่อันดับในพิกัดฉาก ในรูป $P(x,y)$ เช่น $Q(2,-4)$ ใช้แทนจุดที่ชื่อ Q และมีพิกัดเป็น $(2,-4)$

1.1 ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

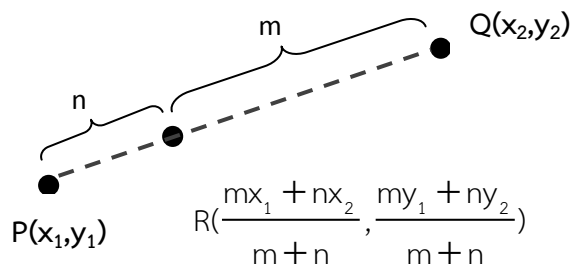
สัญลักษณ์ที่ใช้แทนระยะทางระหว่างจุด P กับ Q คือ $|PQ|$ หรือ PQ



1.2 จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด



1.3 จุดที่แบ่งระยะทางเป็นระยะ m:n



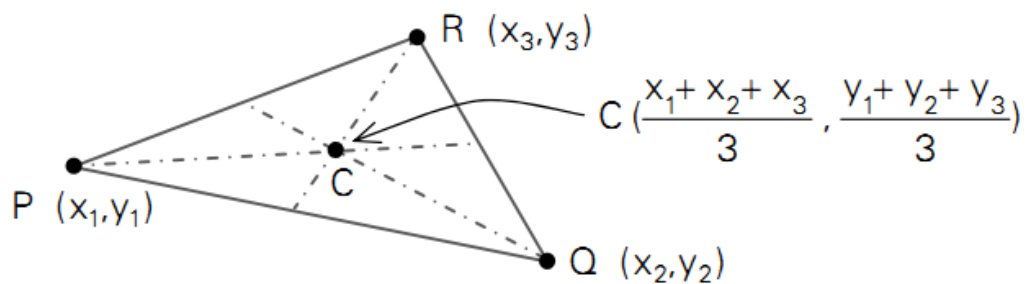
ตัวอย่าง กำหนดพิกัดจุด $P(1,-2)$ และ $Q(-5,4)$

ก. ระยะ PQ เท่ากับเท่าใด

ข. ให้หาจุดกึ่งกลางของ \overline{PQ}

ค. ให้หาพิกัดจุด R ที่ทำให้ $|PR| : |RQ| = 2 : 3$

1.4 จุดตัดของเส้นมัธยฐานสามเหลี่ยม





ตัวอย่าง กำหนดสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ $A(2,8)$, $B(6,12)$, $C(-2,-4)$ ถ้าจุด P และ Q อยู่บนด้าน \overline{AB} และ \overline{BC} ตามลำดับ โดยมีอัตราส่วน $|AP|:|PB| = 1:3$ และ $|BQ|:|BC| = 3:4$ ให้หาค่าของ $|PQ|$

ตัวอย่าง ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด
ก. จุด $A(10,5)$, $B(3,2)$, $C(6,-5)$ เป็นจุดมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ข. จุด $D(1,2)$, $E(-3,10)$, $F(4,-4)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

ค. จุด $A(-2,3)$, $B(-6,1)$, $C(-10,-1)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน



ตัวอย่าง

ให้หาจุด P บนแกน X ซึ่งอยู่ห่างจากจุด $P_1(1,-2)$ และ $P_2(3,5)$ เป็นระยะเท่ากัน

ตัวอย่าง

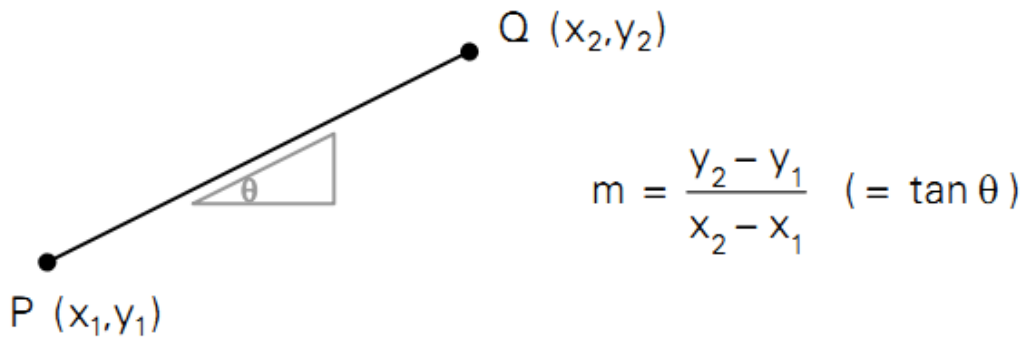
ถ้า (m,n) เป็นจุดตัดของเส้นมัธยฐานของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ $(4,5)$, $(-4,7)$ และ $(4,1)$ แล้ว ค่า $m-n$ เท่ากับเท่าใด

2. เส้นตรง

2.1 ความชัน (slope; m) ของเส้นตรง

ความชันของเส้นตรง คือ อัตราส่วนระหว่างค่า y ที่เปลี่ยนแปลงไป ต่อค่า x ที่เปลี่ยนแปลงไป ใช้สัญลักษณ์ m โดยค่า m อาจจะเป็นบวก หรือลบ หรือเป็นศูนย์ก็ได้

- ถ้า $m > 0$ แสดงว่า เส้นตรงนี้เอียงขึ้นทางขวา
- ถ้า $m < 0$ แสดงว่า เส้นตรงนี้เอียงลงทางขวา
- ถ้า $m = 0$ แสดงว่า เป็นเส้นนอนขนานแกน x
- และสำหรับเส้นตั้งขนานกับแกน y นั้น m หาค่าไม่ได้ (เป็นอนันต์)

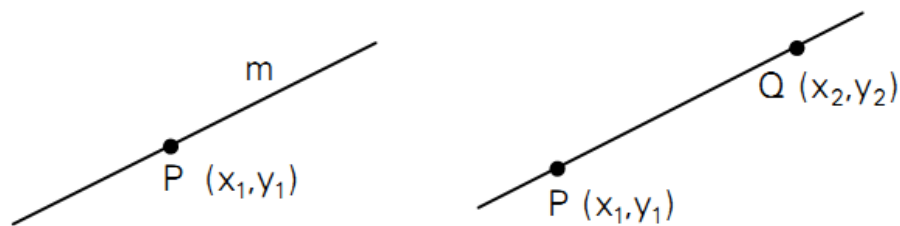


ข้อควรรู้

2.2 สมการของเส้นตรง

รูปทั่วไปที่ 1 ของสมการเส้นตรงคือ $Ax + By + C = 0$ (โดยที่ A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ)

รูปทั่วไปที่ 2 ของสมการเส้นตรงในรูป $y = mx + c$ โดย m คือความชัน และ c คือระยะตัดแกน y



จากสมการทั่วไปที่ 1 และ 2 เราสามารถสรุปได้ว่า

สมการรูปทั่วไปที่ 1 ของเส้นตรง สามารถจัดให้อยู่ในลักษณะ $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ จึงทำให้ทราบว่า ค่า

ความชัน $m = -\frac{A}{B}$ และระยะตัดแกน $y = -\frac{C}{B}$ เสมอ

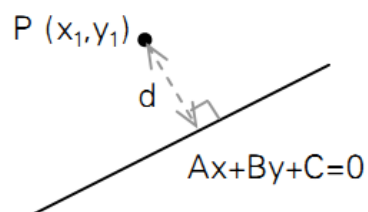
ตัวอย่าง กำหนดพิกัดจุด $P(1,3)$ และ $Q(5,9)$

ก ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด P และ Q เท่ากับเท่าใด

ข. ให้หาสมการเส้นที่ตรงที่ผ่านจุด P และ Q

ตัวอย่าง กำหนดพิกัดจุด $P(1,3)$ และ $Q(5,9)$ ให้หาสมการของเส้นตรง L ซึ่งตั้งฉากกับ เส้นตรง PQ และผ่านจุดกึ่งกลางของเส้นตรง PQ

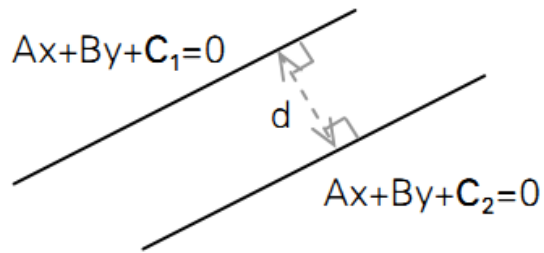
2.3 ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง



$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

สมการระยะห่างนี้มีการแทนค่าจุด (x_1, y_1) ลงในสมการเส้นตรงในรูป $Ax+By+C=0$ ซึ่งจะสอดคล้องกับความรู้พื้นฐานที่ว่า ถ้าแทนค่าแล้วได้เท่ากับ 0 หมายถึงจุดๆนั้นอยู่บนเส้นตรงพอดี จากสูตรก็จะได้ระยะทางเท่ากับ 0 ด้วย

2.4 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนานทั้งสองเส้น



$$d = \frac{|C_2 - C_1|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ข้อสังเกต

ตัวอย่าง กำหนดเส้นตรง $L_1 : 2x+3y-24 = 0$

ก. ระยะทางจากจุด $S(-2,5)$ ไปยังเส้นตรง L_1 เท่ากับเท่าใด

ข. ให้หาสมการเส้นตรงที่อยู่ห่างจาก L_1 เป็นระยะ $2\sqrt{13}$ หน่วย

ค. ให้หาจุดบนเส้นตรง $L_2 : 2x + y - 6 = 0$ ซึ่งอยู่ห่างจาก L_1 เป็นระยะ $2\sqrt{13}$ หน่วย

ตัวอย่าง กำหนดสมการเส้นตรง $L_3 : \sqrt{3}x + y = 2\sqrt{3}$ และ $L_4 : 3x + \sqrt{3}y = 18$
ก. เส้นตรงที่ขนานกับ L_3 จะต้องมีความชันเท่าใด

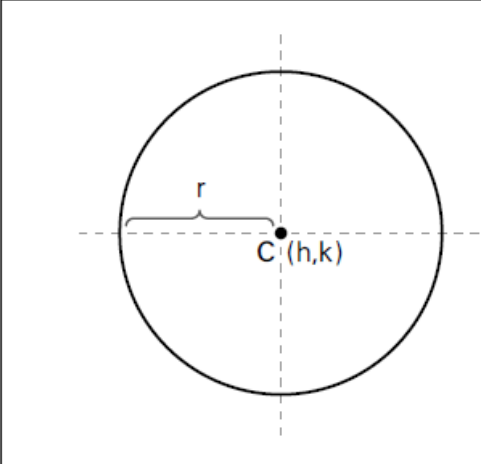
ข. มุมระหว่าง L_4 กับแกน x ที่เป็นมุมแหลม มีขนาดกี่องศา

3. วงกลม

วงกลม คือ “เซตของคู่อันดับที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่ง เป็นระยะเท่ากัน” เรียกจุดคงที่นั้นว่า **จุดศูนย์กลาง** (Center; C) และเรียกระยะทางนั้นว่า **รัศมี** (Radius; r)

สมการวงกลม

สมการของวงกลม ถูกสร้างขึ้นจากสมการระยะทางระหว่างจุดสองจุด โดยอาศัยหลักการว่า ระยะทางจากจุด (x,y) ใดๆที่อยู่บนวงกลม ไปยังจุดศูนย์กลาง จะต้องมามีค่าคงที่เท่ากับความยาวรัศมีเสมอ



วงกลม

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

จุดศูนย์กลาง $C(h,k)$
รัศมียาว r หน่วย

สมการรูปทั่วไป

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

ตัวอย่าง ให้หาส่วนประกอบต่างๆของรูปวงกลมที่มีสมการเป็น $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 10 = 0$

ข้อสังเกต

ตัวอย่าง ให้สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(1,-2)$ และผ่านจุด $(2,1)$ และตอบในรูป $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$ โดยสัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นจำนวนเต็ม

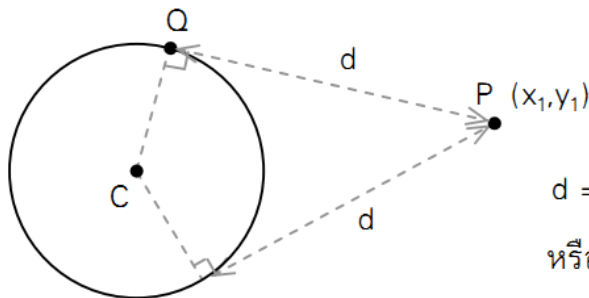
ตัวอย่าง ให้หาสมการทั่วไปของวงกลมที่มีลักษณะดังต่อไปนี้
ก. มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(3,4)$ และผ่านจุด $(1,1)$

ข. ผ่านจุด $(1,-5)$ และผ่านจุดตัดทั้งสองของวงกลม $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 8 = 0$ กับ $x^2 + y^2 + 3x - 3y - 8 = 0$

ค.เส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง เชื่อมระหว่างจุด (1,1) กับ (2,2)

3.1 เส้นสัมผัสวงกลม

เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ลากผ่านจุดบนวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น โดยเรียกจุดๆ นี้ว่าจุดสัมผัส มีสมบัติทางเรขาคณิตอย่างหนึ่งของรูปวงกลมที่กล่าวว่า เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมี ณ จุดสัมผัสนั้นเสมอ



$$d = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + Dx_1 + Ey_1 + F}$$

หรือ $\sqrt{(x_1 - h)^2 + (y_1 - k)^2} - r^2$

ตัวอย่าง ให้หาความยาวของเส้นสัมผัสที่ลากจากจุด (0,1) ไปยังจุดสัมผัสบนวงกลม $3x^2 + 3y^2 + 11x + 15y = -9$



ตัวอย่าง

ให้หาสมการของเส้นตรง ที่สัมผัสวงกลม $x^2 + y^2 = 8$ ที่จุด $(2,2)$

ตัวอย่าง

ให้หาค่า k ที่ทำให้ $x^2 + y^2 - 6x + 8y + k = 0$ เป็นวงกลม

ตัวอย่าง

เส้นตรงเส้นหนึ่งมีความชันเท่ากับ $-4/3$ และผ่านจุดศูนย์กลางวงกลม

$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ ถ้าเส้นตรงเส้นนี้ตัดกับวงกลมนี้ที่จุด A กับ B และกำหนดจุด $D(-1,-2)$ แล้วพื้นที่ของสามเหลี่ยม ABD เท่ากับเท่าใด

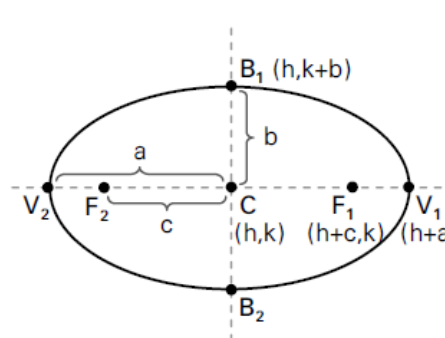
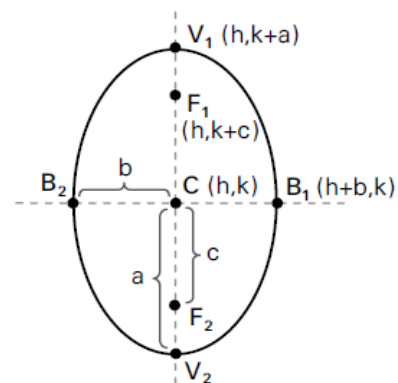
4. วงรี

วงรี คือ “เซตของคู่อันดับที่ ผลรวมของระยะทางไปยังจุดคงที่สองจุดมีค่าเท่ากัน” เรียกจุดคงที่สองจุดนั้นว่า จุดโฟกัส (F_1, F_2) และนอกจากนี้ระยะทางรวมซึ่งเป็นค่าคงที่นั้น จะมีค่าเท่ากับความยาวของแกนเอก ($2a$) พอดี

แกนเอก (Major Axis) คือเส้นแสดงความยาวของวงรี ($\overline{V_1V_2}$) ยาว $2a$ หน่วย และ แกนโท (Minor Axis) คือเส้นแสดงความกว้างของวงรี ($\overline{B_1B_2}$) ยาว $2b$ หน่วย โดยที่ $a > b$ เสมอ

ค่า a และ b เทียบได้กับรัศมีวงกลม, แกนเอกและแกนโท เทียบได้กับเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ต่างกันตรงที่แนวอนและแนวตั้งของวงรีจะยาวไม่เท่ากัน

สมการวงรี

	<p>วงรี (นอน)</p> $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ <p>จุดศูนย์กลาง $C(h, k)$ แกนเอกยาว $2a$ แกนโทยาว $2b$ ระยะโฟกัส $c = \sqrt{a^2 - b^2}$</p> <p>สมการรูปทั่วไป $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$</p>
	<p>วงรี (ตั้ง)</p> $\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ <p>จุดศูนย์กลาง $C(h, k)$ แกนเอกยาว $2a$ แกนโทยาว $2b$ ระยะโฟกัส $c = \sqrt{a^2 - b^2}$</p> <p>สมการรูปทั่วไป $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$</p>

เมื่อพิจารณารูปวงรีที่ละด้าน จะมีลักษณะโค้งคล้ายรูปถ้วย ซึ่งแต่ละรูปนั้นจะมีจุดโฟกัสอยู่ภายในโค้งด้วย และระยะโฟกัส c สามารถหาได้จากค่า a กับ b โดยมีความสัมพันธ์กันในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีด้าน a ยาวที่สุด นั่นคือ $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

ข้อควรรู้

ตัวอย่าง ให้สมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(2,1)$ มีจุดโฟกัสอยู่ที่ $(2,4)$ และจุดยอดอยู่ที่ $(2,-4)$ และตอบในรูป $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$ โดยสัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง ให้หาส่วนประกอบต่างๆของรูปวงรีซึ่งมีสมการเป็น $7x^2 + 16y^2 + 28x - 96y + 60 = 0$ และตั้งฉากกับเส้นตรง $3x+4y = 5$



ตัวอย่าง

ให้หาสมการรูปทั่วไปของวงรี ที่มีลักษณะดังต่อไปนี้

ก. จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(3, -1)$ แกนเอกขนานกับแกน y และยาว 8 หน่วย โดยแกนโทยาว 6 หน่วยข. จุดยอดอยู่ที่ $(-4, 2)$ และ $(2, 2)$ โดยแกนโทยาว 4 หน่วยค. จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-2, 1)$ มีจุดโฟกัสที่ $(-2, 4)$ และผ่านจุด $(-6, 1)$

ตัวอย่าง

ให้หาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงรี $4x^2 + 9y^2 - 48x + 72y + 144 = 0$



ตัวอย่าง

ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่ขนานที่ทำมุม 45° กับแกน x และผ่านจุดโฟกัสทั้งสองของวงรี

$$x^2 + 3y^2 - 4x - 2 = 0$$

ANET50 ถ้า k, l และ m เป็นจำนวนจริงที่ทำให้วงรี $kx^2 + ly^2 - 72x - 24y + m = 0$ มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(4,3)$ และสัมผัสแกน y แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็น

ก. ความยาวแกนเอกเท่ากับ 12 หน่วย

ข. ความยาวแกนโทเท่ากับ 8 หน่วย

ค. ระยะห่างระหว่างจุดโฟกัสทั้งสองเท่ากับ $4\sqrt{5}$ หน่วย

ง. จุด $(2,6)$ อยู่บนวงรี

ANET 49 วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลาง อยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงรีที่มีสมการเป็น

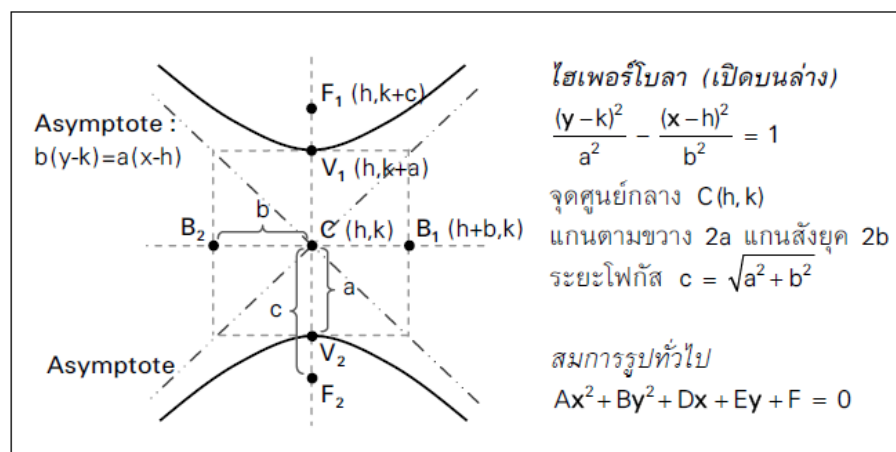
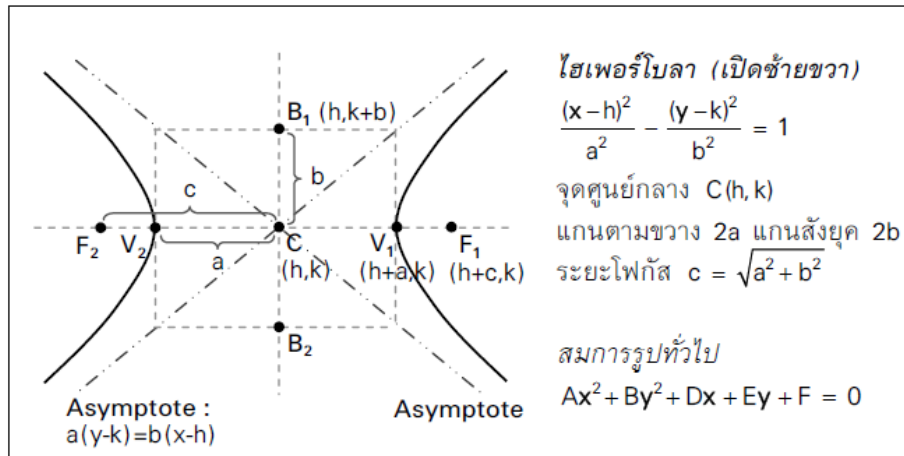
$9x^2 + 4y^2 - 36x - 24y + 36 = 0$ ถ้าวงกลมวงนี้สัมผัสกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1,3)$ และ $(5,0)$ แล้วรัศมีของวงกลมวงนี้เท่ากับเท่าใด

5. ไฮเพอร์โบล่า

ไฮเพอร์โบล่า คือ “เซตของคู่อันดับที่ ผลต่างของระยะทางไปยังจุดคงที่สองจุดมีค่าเท่ากัน” เรียกจุดคงที่สองจุดนั้นว่า **จุดโฟกัส** (F_1, F_2) และผลต่างระยะทางซึ่งเป็นค่าคงที่นั้น จะมีค่าเท่ากับความยาวของแกนตามขวาง ($2a$) พอดี

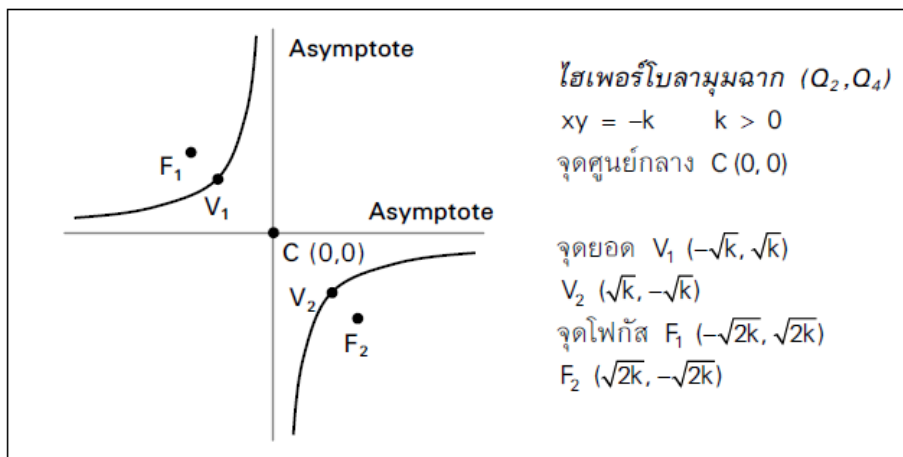
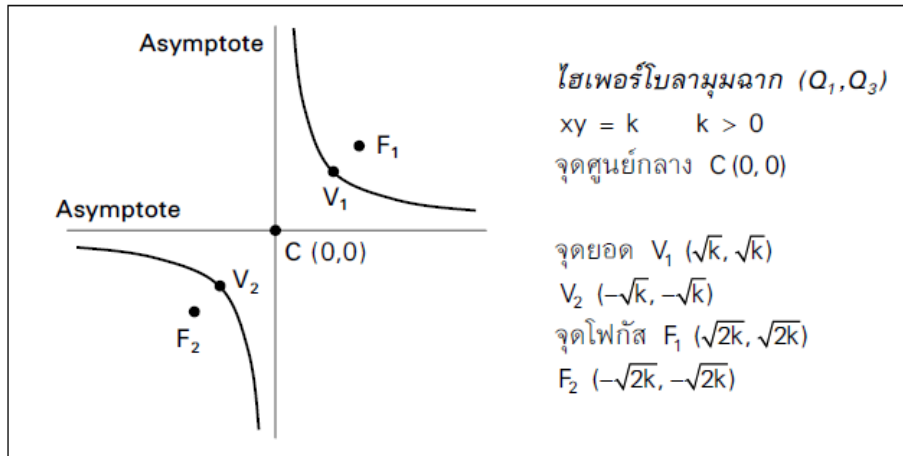
แกนตามขวาง (Transversal Axis) $\overline{V_1V_2}$ ยาว $2a$ หน่วย และ **แกนสังยุค** (Conjugate Axis) $\overline{B_1B_2}$ ยาว $2b$ หน่วย (โดย a กับ b ยาวเท่าใดก็ได้) ใช้ประกอบกันในการสร้าง **เส้นกำกับ** (Asymptote) 2 เส้น เพื่อบ่งชี้ความกว้างของไฮเพอร์โบล่า

สมการไฮเพอร์โบล่า



ไฮเพอร์โบลามุมฉากเอียง

ไฮเพอร์โบลามีค่า $a=b$ (กรอบสี่เหลี่ยมจัตุรัส) นั้น รูปวงรีในกรอบจะกลายเป็นวงกลม และเส้นกำกับ 2 เส้นตั้งฉากกันพอดี เรียกไฮเพอร์โบลแบบนี้ว่าเป็น ไฮเพอร์โบลามุมฉาก (Rectangular Hyperbola)



ข้อสังเกต



ตัวอย่าง ให้สร้างสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(2,1)$ มีจุดโฟกัสที่ $(2,-4)$ และจุดยอดที่ $(2,4)$ และตอบในรูป $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$ โดยสัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง ให้หาส่วนประกอบต่างๆของรูปไฮเพอร์โบลาที่มีสมการเป็น $x^2 - 5y^2 + 10y - 25 = 0$

ตัวอย่าง ให้หาสมการทั่วไปของไฮเพอร์โบลา ที่มีลักษณะดังแต่ละข้อต่อไปนี้
ก. จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-3,1)$ มีจุดยอดที่ $(2,1)$ และแกนสังยุคยาว 6 หน่วย

ข. จุดโฟกัสอยู่ที่ $(-1, -6)$ และ $(-1, 4)$ โดยแกนตามขวางยาว 6 หน่วย

ตัวอย่าง ถ้าภาคตัดกรวยรูปหนึ่งมีสมการเป็น $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$ แล้วผมรวมของระยะทางจากจุดโฟกัสทั้งสองไปถึงเส้นตรง $3x + 4y = 8$ เป็นเท่าใด

ตัวอย่าง กำหนดไฮเพอร์โบลา $9(x - 1)^2 - 4(y - 2)^2 = 36$ ให้หาสมการวงรีซึ่ง ผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆบนวงรี ไปยังจุดที่ไฮเพอร์โบลาคัดแกน x ทั้งสองจุด เป็น 8 หน่วย

ตัวอย่าง กำหนด E แทนวงรี $6x^2 + 5y^2 + 12x - 20y - 4 = 0$ ให้หาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกับ E มีจุดยอดอยู่ที่เดียวกับจุดโฟกัสของ E และมีความยาวแกนสังยุคเท่ากับ ความยาวแกนโทของ E พอดี

PAT1 ก.ค.53 กำหนดวงกลมรูปหนึ่งมีจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางอยู่บนจุดศูนย์กลางและจุดโฟกัสด้านหนึ่งของไฮเพอร์โบลา $9x^2 - 16y^2 - 90x + 64y + 17 = 0$ แล้ววงกลมดังกล่าวมีพื้นที่เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ANET 50 ถ้าเส้นกำกับของไฮเพอร์โบลา $16x^2 - 9y^2 + 32x + 36y - 164 = 0$ ตัดแกน x ที่จุด A และ B แล้ว ระยะระหว่าง A, B ยาวกี่หน่วย

PAT1 มี.ค. 53 กำหนดให้วงรีรูปหนึ่งมี สมการเป็น $25x^2 + 21y^2 + 100x - 42y - 404 = 0$ แล้ว ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดโฟกัสทั้งสองของวงรีและผ่านจุด $(-3, 1 + \sqrt{8})$ มีสมการตรงกับข้อใดต่อไปนี้

ก. $5y^2 - 4x^2 - 10\sqrt{8}y - 32x - 25 = 0$

ข. $3y^2 - 2x^2 - 6\sqrt{8}y - 8x + 15 = 0$

ค. $y^2 - 4x^2 - 2y - 16x - 19 = 0$

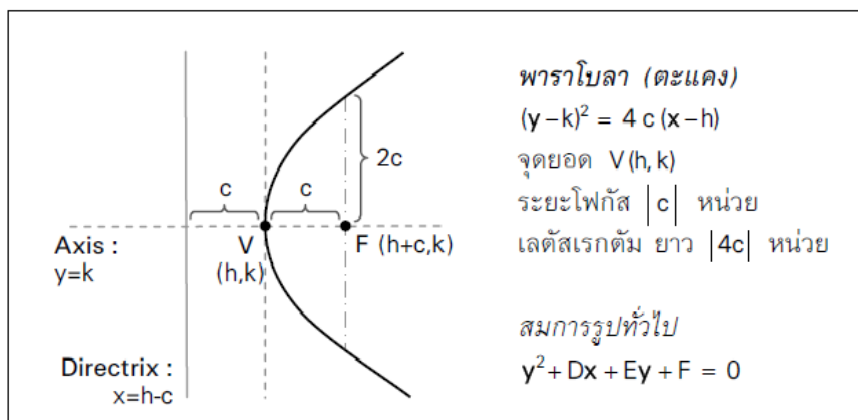
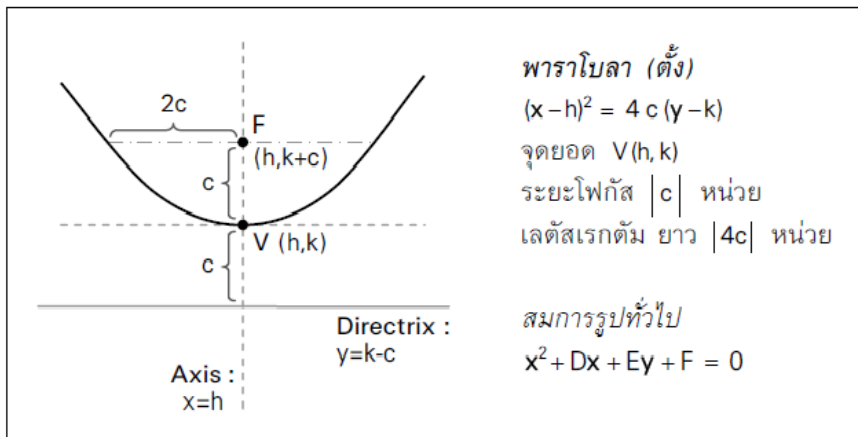
ง. $y^2 - 7x^2 - 2y - 28x - 28 = 0$

6. พาราโบลา

พาราโบลา คือ “เซตของคู่อันดับที่มีระยะห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่ง เท่ากับระยะไปยังเส้นตรงคงที่เส้นหนึ่ง” เรียกจุดคงที่จุดนั้นว่า **จุดโฟกัส (Focus; F)** เรียกเส้นตรงคงที่เส้นนั้นว่า **ไดเรกทริกซ์ (Directrix; เส้นบังคับ)**

รูปกราฟที่ได้จะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งคล้ายถ้วย สองด้านสมมาตรกัน โดยเส้นสมมาตรจะผ่านจุดโฟกัส และตั้งฉากกับเส้นไดเรกทริกซ์ เรียกเส้นนี้ว่า **แกน (Axis)** ของพาราโบลา และจุดวกกลับของพาราโบลาจะเรียกว่า **จุดยอด (Vertex)** อยู่กึ่งกลางระหว่างจุดโฟกัสกับเส้นไดเรกทริกซ์พอดี (ตามนิยามที่ได้กล่าวข้างต้น)

สมการพาราโบลา



ข้อสังเกต

ตัวอย่าง ให้หาสมการรูปทั่วไปของพาราโบลา ที่มีลักษณะดังนี้

ก. จุดยอดอยู่ที่ $(-2,3)$ และจุดโฟกัสอยู่ที่ $(5,3)$

ข. จุดยอดอยู่ที่ 0 และผ่านจุด $(-4,-6)$ โดยมีแกน x เป็นแกนสมมาตร

ค. จุดโฟกัสอยู่ที่ $(2,2)$ และมีสมการไตเรกตริกซ์เป็น $x+2=0$



ง. ผ่านจุด $(1,3)$, $(9,1)$ และ $(51,-2)$ โดยแกนสมมาตรขนานกับแกน x

ตัวอย่าง คอร์ดที่เกิดจากเส้นตรง $2x-y=8$ ตัดกับพาราโบลา $y^2=8x$ มีความยาวเท่าใด

ตัวอย่าง ให้หาส่วนประกอบต่างๆของรูปพาราโบลาที่มีสมการเป็น $x^2 - 2x - 2y - 3 = 0$

ตัวอย่าง ให้สร้างสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ $(1,-2)$ และผ่านจุด $(2,1)$ โดยมีแกนสมมาตรแนวตั้ง และตอบในรูป $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$ โดยสัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นจำนวนเต็ม



ClipVidva

ตัวอย่าง ให้หาสมการพาราโบลาที่ผ่านจุดของเส้นตรง $x=y$ กับวงกลม $x^2+y^2+6x=0$ โดยมีแกน x เป็นแกนสมมาตร

ตัวอย่าง จุดบนโค้ง $4y = (x - 1)^2$ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดโฟกัส 13 หน่วย จะอยู่ห่างจากแกน x เท่าใด

PAT1มี.ค. 54 ให้เส้นตรง $x-y+2=0$ ตัดกับวงกลม $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$ ที่จุด A และ จุด B ถ้า (a,b) เป็นจุดโฟกัสของพาราโบลาซึ่งมีเส้นตรง $y=2$ เป็นแกนของพาราโบลาและพาราโบลานี้ผ่านจุด A และจุด B แล้ว $a+b$ เท่ากับเท่าใด

ANET 51 ให้ A และ B เป็นจุดยอดของไฮเพอร์โบลา $4x^2 - y^2 - 24x + 6y + 11 = 0$ สมการของพาราโบลาที่มี เส้นตรง AB เป็นเลตัสเรกตัม และมีกราฟอยู่เหนือแกน x คือสมการในข้อใดต่อไปนี้

ก. $(x - 3)^2 = 4(y - 2)$

ข. $(x - 3)^2 = 8(y - 1)$

ค. $(x - 2)^2 = 4(y - 2)$

ง. $(x - 2)^2 = 8(y - 1)$

ENTมี.ค. 48 กำหนดให้พาราโบลารูปหนึ่งมีสมการเป็น $y^2 - 16x - 4y - 12 = 0$ ถ้า L เป็นเส้นตรงที่ผ่านโฟกัสของพาราโบลารูปนี้ และตั้งฉากกับเส้นตรง $3x - 2y + 5 = 0$ แล้ว ระยะตัดแกน y ของเส้นตรง L มีค่าเท่ากับเท่าใด

ENTต.ค. 46 ให้ H เป็นไฮเพอร์โบลา $-4x^2 + 12y^2 + 16x + 72y + 44 = 0$ ซึ่งมีจุดโฟกัสคือ F_1 และ F_2 ให้ E เป็นวงรีซึ่งมีจุดศูนย์กลางร่วมกับ H โดยมี F_1 และ F_2 เป็นจุดยอด และสัมผัสแกน y ถ้า E ตัดแกน x ที่จุด A และ B แล้ว AB ยาวเท่ากับเท่าใด

เอกสารอ้างอิง

คณิต มงคลพิทักษ์สุข, “*MATH E-BOOK Release2.5*”, สำนักพิมพ์ Science Center, 2554.

สมัย เหล่าวานิชย์, รศ., “*ตะลุยคลังข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย วิชาคณิตศาสตร์ สารการเรขาคณิตพื้นฐานและเพิ่มเติม*”, สำนักพิมพ์ไฮเอ็ด พับบลิชซิง.

<http://kruaun.wordpress.com/testbank/pat1/>

<http://th.wikipedia.org/wiki/เรขาคณิตวิเคราะห์>