



สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

เอกสารเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ความรู้สึกระหว่างจำนวน

**Number
Sense**



**ชื่อเรื่อง เอกสารเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์
เรื่องความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense)**

**จัดทำโดย สาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
พิมพ์ครั้งที่ 1/2545 จำนวน 3,000 เล่ม**

ราคา 50 บาท

**สงวนลิขสิทธิ์ การผลิตและลอกเลียนหนังสือเล่มนี้ไม่ว่าในรูปแบบใด
ต้องได้รับอนุญาตจากผู้จัดทำก่อน**

ผลิตและจัดจำหน่ายโดย

สำนักพัฒนาธุรกิจ

**สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
924 ถนนสุขุมวิท แขวงพระโขนง เขตคลองเตย กรุงเทพฯ 10110
โทร. 0-2392-4021 ต่อ 3108 โทรสาร 0-2712-3609**

<http://www.ipst.ac.th>

ISBN 974-351-584-4

พิมพ์ที่ บริษัท เอส. พี. เอ็น. การพิมพ์ จำกัด

158/1 ถนนลาดพร้าว หมู่ 13

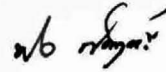
แขวงวังทองหลาง เขตวังทองหลาง กรุงเทพฯ 10310

โทร. 0-2539-0704-6, 0-2514-2210 โทรสาร. 0-2530-1515

คำนำ

เอกสารเสริมเรื่อง **ความรู้สึกรู้จำนวน (number sense)** เล่มนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) จัดทำขึ้นสำหรับผู้สอนและผู้สนใจ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเป็นแหล่งความรู้สำหรับผู้สอน ให้ผู้สอนมีโอกาสทำความเข้าใจและชัดเจนเกี่ยวกับความรู้สึกรู้จำนวน และที่สำคัญคือ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่จะพัฒนาความรู้สึกรู้จำนวนให้เกิดแก่ผู้เรียนอย่างเต็มศักยภาพ อันจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้และการนำประสบการณ์ไปใช้ในชีวิตประจำวันต่อไป

สสวท. หวังว่าเอกสารเล่มนี้จะช่วยให้ความกระจ่างแก่ผู้สอนในเรื่องความรู้สึกรู้จำนวน และมองเห็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ดี และขอขอบคุณผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำมา ณ โอกาสนี้



(นายพิศาล สร้อยรุห์รา)

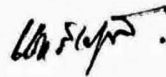
ผู้อำนวยการ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คำชี้แจง

คำว่า ความรู้สึกเชิงจำนวน ปรากฏอยู่ในมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ในหลักสูตรการศึกษา
ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ความรู้สึกเชิงจำนวนไม่ใช่เรื่องใหม่ แต่อาจเป็นคำที่ค่อนข้างใหม่และ
ไม่คุ้นหูสำหรับครูผู้สอน สาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยี เล็งเห็นความสำคัญและความจำเป็นที่จะช่วยสร้างความเข้าใจให้กับครูผู้สอนและผู้สนใจ
โดยเฉพาะอย่างยิ่งครูผู้สอนจะได้มองเห็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อพัฒนา
ความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนให้บรรลุตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ในหลักสูตร จึงได้จัดทำเอกสาร
เสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้สึกเชิงจำนวน (number sense) เล่มนี้ขึ้น โดยเนื้อหาในเล่ม
ประกอบด้วย ความหมายของความรู้สึกเชิงจำนวน การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนโดยใช้กิจกรรม
รูปแบบต่าง ๆ นอกจากนี้ยังเสนอแนะแนวทางการประเมินผลความสามารถด้านความรู้สึกเชิงจำนวน
ของนักเรียนด้วย

สาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา หวังว่าเอกสารเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อทุกท่านทั้งในแง่
การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และการนำประสบการณ์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน



(นางเชอรี อูซึคิ)

รักษาการหัวหน้าสาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สารบัญ

หน้า

ความหมายของความรู้สึกเชิงจำนวน	1
การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน	2
- ความเข้าใจจำนวนทั้งจำนวนเชิงการนับ และจำนวนเชิงอันดับที่	2
- ความเข้าใจความสัมพันธ์หลากหลายระหว่างจำนวน	3
- ความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน	9
- การรู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการ	10
- ความสามารถในการพัฒนาสิ่งอ้างอิงในการหาปริมาณของสิ่งของ และสถานการณ์ต่าง ๆ ในสิ่งแวดล้อมของนักเรียน	11
- ความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น	12
- ความสามารถในการประมาณค่า	13
การประเมินผลความสามารถด้านความรู้สึกเชิงจำนวน	20
ตัวอย่างปัญหากิจกรรม เพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน	22
ตัวอย่างการใช้คำถามเพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน	33
บรรณานุกรม	37

ความรู้สึกรู้เชิงจำนวน (NUMBER SENSE)

ความรู้สึกรู้เชิงจำนวน (number sense) คืออะไร มีความสำคัญอย่างไร ครูจะพัฒนาความรู้สึกรู้เชิงจำนวนแก่นักเรียนได้อย่างไร และครูจะทราบได้อย่างไรว่านักเรียนได้พัฒนาความรู้สึกรู้เชิงจำนวนไปมากน้อยเพียงใด คำถามเหล่านี้ ครูน่าจะสามารถตอบกับตนเองได้หลังจากที่ได้ศึกษาเอกสารนี้แล้ว และน่าที่จะสามารถนำแนวคิดที่ได้ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้สึกรู้เชิงจำนวนแก่นักเรียน ได้อย่างมีประสิทธิภาพต่อไป

ความหมายของความรู้สึกรู้เชิงจำนวน

ความรู้สึกรู้เชิงจำนวนที่ใช้เป็นกรอบในการพัฒนา มักอ้างอิงถึงความหมายตามที่ สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งชาติ (National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) ของสหรัฐอเมริกา ได้ให้ไว้ และเป็นความหมายที่นักการศึกษาต่าง ๆ ใช้อ้างอิงอยู่ แต่ได้ขยายความเพิ่มเติมออกไป

NCTM กล่าวว่าเด็กที่มีความรู้สึกรู้เชิงจำนวนที่ดีจะต้อง

- (1) เข้าใจความหมายของจำนวนเป็นอย่างดีทั้งจำนวนเชิงการนับ (Cardinal Number) และจำนวนเชิงอันดับที่ (Ordinal Number)
- (2) พัฒนาความเข้าใจความสัมพันธ์หลากหลายระหว่างจำนวน
- (3) เข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน
- (4) รู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการของจำนวน
- (5) พัฒนาสิ่งอ้างอิงในการหาปริมาณของสิ่งของ และสถานการณ์ต่าง ๆ ในสิ่งแวดล้อมของเด็ก

ส่วนนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลาย ๆ คนได้เสริมความคิดต่อจากความหมายที่ NCTM กล่าวไว้ เช่น

กรีโน (Greeno, 1991 : 170-173) กล่าวว่า ความรู้สึกรู้เชิงจำนวนเป็นความสามารถพลิกแพลงที่ประกอบด้วย (1) การคิดคำนวณในใจได้อย่างเหมาะสม (2) การประมาณค่า และ (3) การตัดสินใจเกี่ยวกับปริมาณ โดยอาศัยการอ้างอิงเหตุผล

ริสและคณะ (Reys and others. 1992 : 74) กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นความรู้สึกที่เกิดขึ้นเองภายในของแต่ละคน(intuition) เกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวน การตีความจำนวน ได้อย่างหลากหลาย รวมถึงความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างถูกต้อง และมีประสิทธิภาพ

ชาวเดอร์(Sowder. 1992 : 381) กล่าวว่า ความรู้สึกเชิงจำนวนที่ได้นอกจาก 5 ข้อ ตามความหมายของ NCTM แล้ว ความรู้สึกเชิงจำนวนที่ดียังรวมถึงความสามารถในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน

จากความหมายของความรู้สึกเชิงจำนวนที่ได้กล่าวมาแล้ว ครูจึงควรพัฒนานักเรียนในด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

- (1) ความเข้าใจจำนวนทั้งจำนวนเชิงการนับ และจำนวนเชิงอันดับที่
- (2) ความเข้าใจความสัมพันธ์หลากหลายระหว่างจำนวน
- (3) ความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน
- (4) การรู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการ
- (5) ความสามารถในการพัฒนาสิ่งอ้างอิงในการหาปริมาณของสิ่งของ และสถานการณ์ต่าง ๆ ในสิ่งแวดล้อมของนักเรียน
- (6) ความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น
- (7) ความสามารถในการประมาณค่า

การพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน จะต้องมุ่งพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในด้านต่าง ๆ โดยมีแนวทางในการพัฒนา ดังนี้

1. ความเข้าใจจำนวนทั้งจำนวนเชิงการนับ และจำนวนเชิงอันดับที่

การให้นักเรียนบอกจำนวนของสิ่งต่าง ๆ ที่กำหนด จำนวนในลักษณะเช่นนี้ คือ จำนวนเชิงการนับ ซึ่งจะใช้ตอบคำถามว่า “มากเท่าใด” ส่วนจำนวนที่ใช้สำหรับจัดสิ่งของตามลำดับคือ จำนวนเชิงอันดับที่ ซึ่งใช้ตอบคำถาม “อันไหน” การกล่าวถึงจำนวนเชิงอันดับที่ อาจขึ้นอยู่กับเกณฑ์ต่าง ๆ เช่น ขนาด เวลา อายุ หรือตำแหน่งในการแข่งขัน ในการพัฒนาความคิดรวบยอด (concept) เกี่ยวกับจำนวนในขั้นต้น จะต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีประสบการณ์ทั้งจำนวนเชิงการนับ และจำนวนเชิงอันดับที่ โดยไม่ต้องให้นักเรียนบอกความแตกต่างระหว่างความหมายของจำนวนทั้งสอง แต่จะเป็น

การใช้จำนวนอย่างไม่เป็นทางการ โดยการให้นักเรียนตอบคำถาม หรือปฏิบัติกิจกรรมในสถานการณ์ต่าง ๆ เช่น

- บัตรภาพมีกี่แผ่น
- บัตรภาพแผ่นไหนคือแผ่นที่สาม
- นักเรียนคนที่สี่นับจากด้านซ้ายถือตัวเลขอะไร
- นักเรียนคนที่ถือตัวเลข ๕ อยู่ในลำดับที่เท่าไคนับจากหัวแถว
- นักเรียนเป็นลูกคนที่เท่าใด
- ดิ๊กนี่มีกี่ชั้น
- นักเรียนเรียนอยู่ชั้นที่เท่าใด
- ดิ๊กหลังที่สามมีกี่ชั้น

๑๓๑

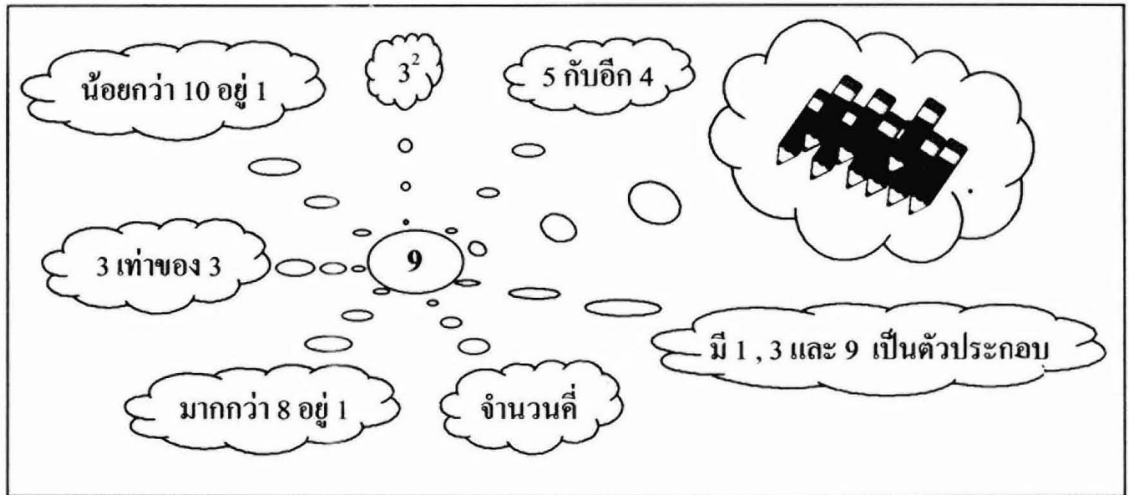
ในการพัฒนาความเข้าใจจำนวน ครูควรใช้จำนวนเชิงอันดับที่สอดคล้องกับกิจกรรมต่าง ๆ อย่างสม่ำเสมอ

การพัฒนาความเข้าใจอันดีเกี่ยวกับการใช้จำนวนเชิงการนับในระดับชั้นต้น ควรเริ่มจากการให้นักเรียนทุกคนได้ลงมือจัดสิ่งของตามจำนวนที่กำหนด โดยเน้นให้นักเรียนนับสิ่งของเป็นกลุ่มของสิบ และกลุ่มที่ไม่ครบสิบ ในกรณีที่มีสิ่งของมากขึ้นอีก จะให้นักเรียนจัดสิ่งของเป็นกลุ่มของสิบ กลุ่มของร้อย ... และกลุ่มที่ไม่ครบสิบ แล้วใช้การซักถามเพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างจำนวนสิ่งของ ตัวเลขแสดงจำนวน และค่าประจำหลัก การทำกิจกรรมจัดสิ่งของนี้ต้องให้นักเรียนทำจนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างจำนวนสิ่งของ ตัวเลขแสดงจำนวน และค่าประจำหลัก

2. ความเข้าใจความสัมพันธ์หลากหลายระหว่างจำนวน

ครูอาจจัดกิจกรรม ดังนี้

2.1 ให้นักเรียนแสดงความคิดที่หลากหลายเกี่ยวกับจำนวน เช่น เมื่อเห็นตัวเลข 9 นักเรียนคิดถึงสิ่งใดบ้าง สิ่งที่นักเรียนแสดงความคิดออกมาสามารถบ่งบอกระดับของความรู้สึกเชิงจำนวนที่แตกต่างกันได้ นักเรียนที่มีความรู้สึกเชิงจำนวนที่ดีย่อมแสดงความคิดเกี่ยวกับจำนวนได้อย่างหลากหลาย ดังตัวอย่าง



2.2 จัดกิจกรรมให้นักเรียนนับจำนวนสิ่งของที่กำหนด โดยให้จัดเป็นกลุ่มของสิบ และกลุ่มของร้อย กับกลุ่มที่ไม่ครบสิบ กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ต่าง ๆ เช่น 234 สามารถจัดได้ในหลายรูปแบบ เช่น

- (1) 234 เท่ากับ 2 ร้อย กับ 3 สิบ กับ 4 หน่วย
หรือ $234 = 200 + 30 + 4$
- (2) 234 เท่ากับ 1 ร้อย กับ 13 สิบ กับ 4 หน่วย
หรือ $234 = 100 + 130 + 4$
- (3) 234 เท่ากับ 2 ร้อย กับ 2 สิบ กับ 14 หน่วย
หรือ $234 = 200 + 20 + 14$

สำหรับกิจกรรมข้อ(2) ครูอาจให้นักเรียนหยิบมัดไม้มัดละร้อย 1 มัด (ซึ่งอาจแยกออกเป็นมัดละสิบได้สิบมัด) ไปวางในกลุ่มของสิบ แล้วถามว่า จะเขียนจำนวนในรูปกระจายได้อย่างไร โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นเพื่อให้ได้คำตอบ สำหรับกิจกรรมข้อ(3) ครูให้นักเรียนหยิบมัดไม้มัดละสิบ 1 มัด (ซึ่งอาจจะแยกออกเป็นไม้ 10 อันก็ได้) ไปวางในกลุ่มที่ไม่ครบสิบ แล้วอภิปรายซักถาม เช่น ในกลุ่มของร้อยมีไม้กี่มัด เป็นจำนวนเท่าใด ในกลุ่มของสิบมีไม้กี่มัด เป็นจำนวนเท่าใด ในกลุ่มที่ไม่ครบสิบมีกี่อัน เขียนแสดงจำนวนในรูปกระจายได้อย่างไร

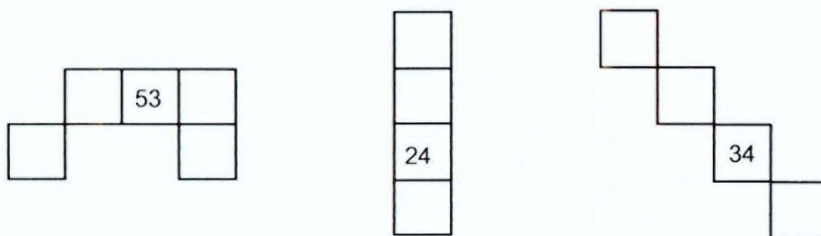
ในการจัดกิจกรรมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ การเขียนจำนวนในรูปกระจายแบบต่าง ๆ นี้ จะช่วยให้นักเรียนสามารถเห็นความหมายของค่าประจำหลัก และเห็นภาพได้ชัดเจนในการหาผลบวกและผลลบต่อไป

2.3 พัฒนาการเข้าใจเรื่องแบบรูปของจำนวน ดังตัวอย่างกิจกรรมต่อไปนี้

2.3.1 ให้นักเรียนนับจำนวนสิ่งของโดยนับเพิ่มครั้งละเท่า ๆ กัน เช่น นับจำนวนสิ่งของ 50 ชิ้น โดยนับเพิ่มครั้งละ 5 เป็น 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 หรือนับเพิ่มครั้งละสิบเป็น 10 20 30 40 50 เป็นต้น

2.3.2 กำหนดสถานการณ์การนับลด เช่น คุกกี้ทอफी 50 เม็ด แบ่งให้นักเรียนคนละ 5 เม็ด แสดงการให้และนับเพื่อบอกส่วนที่เหลืออยู่ไปตามลำดับจะได้ 50 45 40 35 30 25 20 15 10 5 0

2.3.3 ใช้ตารางร้อยเพื่อพัฒนาการเข้าใจเรื่องแบบรูปของจำนวน โดยการนับเพิ่มนับลดครั้งละ 1 2 3 ... หรือให้ตัวเลขบางตัวในตารางร้อย แล้วให้เติมตัวเลขในช่องที่เว้นไว้ เช่น ชิ้นส่วนต่อไปนี้ตัดออกมาจากตารางร้อย ให้นักเรียนเขียนตัวเลขแสดงจำนวนลงในช่องต่าง ๆ ที่เว้นตัวเลขไว้

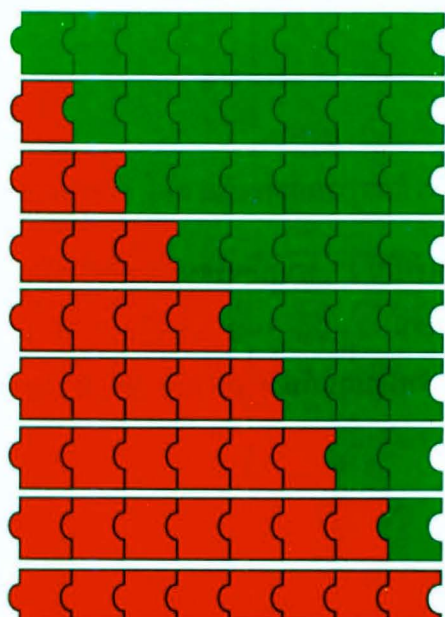


2.3.4 ให้นักเรียนสังเกตแบบรูปของจำนวนที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ หรือ การหาร ดังนี้

การบวก

มีตัวต่อสีแดง 8 ชิ้น สีเขียว 8 ชิ้น นำมาต่อกันเป็นขบวนรถไฟ 8 ตู้ โดยใช้ตัวต่อสีแดงและสีเขียวจำนวนต่าง ๆ กัน แล้วบันทึกผล เช่น

ขบวนรถไฟ



สีแดง	สีเขียว	ผลบวก
0	8	$0 + 8 = 8$
1	7	$1 + 7 = 8$
2	6	$2 + 6 = 8$
3	5	$3 + 5 = 8$
4	4	$4 + 4 = 8$
5	3	$5 + 3 = 8$
6	2	$6 + 2 = 8$
7	1	$7 + 1 = 8$
8	0	$8 + 0 = 8$

ให้นักเรียนแบ่งเมล็ดถั่ว จำนวน 15 เมล็ด ออกเป็นสองกอง แล้วเขียนแสดงรูปการบวกจะได้ $14+1$, $13+2$, $12+3$, $11+4$, $10+5$, $9+6$, $8+7$, $7+8$, $6+9$, $5+10$, $4+11$, $3+12$, $2+13$, $1+14$

กิจกรรมเหล่านี้จะช่วยให้ นักเรียนเห็นความสัมพันธ์บางประการของจำนวน เช่น แบบรูปของจำนวน สมบัติการสลับที่

การลบ

จัดกิจกรรมให้นักเรียนเล่นทายปัญหา เช่น ให้นักเรียนหยิบเมล็ดถั่วขึ้นมาคนละสิบเม็ดควางบนโต๊ะ สลับกันหยิบเมล็ดถั่วกำไว้จำนวนหนึ่งโดยไม่ให้เพื่อนเห็นส่วนที่กำไว้ แต่ให้เห็นส่วนที่เหลืออยู่บนโต๊ะ แล้วให้เพื่อนทายว่านักเรียนหยิบเมล็ดถั่วซ่อนไว้กี่เม็ด หลังจากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันสรุปจนได้แบบรูปของจำนวน ดังตาราง

เมล็ดถั่วที่กำ	เมล็ดถั่วที่เหลือ
0	10
1	9
2	8
3	7
4	6
5	5
6	4
7	3
8	2
9	1
10	0

หาจำนวนสองจำนวนลบกันได้ผลลัพธ์เป็น 2 หากนักเรียนเป็นคนช่างสังเกต นักเรียนจะสามารถหาจำนวนสองจำนวนนั้นได้ไม่ยากนัก เช่น $2-0$, $3-1$, $4-2$, $5-3$, $6-4$, $7-5$, ... หรืออาจเชื่อมโยงต่อไปได้ว่า จำนวนเต็มสิบ 2 จำนวนลบกันได้ 20 เช่น $20-0$, $30-10$, $40-20$, $50-30$, $60-40$, ...

การคูณ

นักเรียนใช้การสังเกตแบบรูปของจำนวนเพื่ออธิบายความคิดรวบยอดบางอย่าง

เช่น

$8 \times 6 = 48$) เพิ่ม 6
$9 \times 6 = 54$	
$10 \times 6 = 60$	
$11 \times 6 = 66$	
$12 \times 6 = 72$	
$13 \times 6 = \square$	

หมายเหตุ จากที่นักเรียนมีความรู้แล้วว่า จำนวนบวกคูณจำนวนบวกจะมีผลลัพธ์เป็นจำนวนบวก อาจเชื่อมโยงไปสู่จำนวนลบคูณจำนวนบวก จากการสังเกตและเพื่อหาข้อสรุป เช่น $5 \times 4 = 20$

$$4 \times 4 = 16 \quad 3 \times 4 = 12 \quad 2 \times 4 = 8 \quad 1 \times 4 = 4 \quad 0 \times 4 = 0 \quad (-1) \times 4 = \dots$$

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าคำตอบที่ได้เป็นอย่างไร (ลดลงครั้งละ 4) ดังนั้น คำตอบในช่องว่างควรเป็นเท่าใด (-4)

จำนวนลบคูณจำนวนลบมีผลลัพธ์เป็นจำนวนบวก จากการสังเกตและเพื่อหาข้อสรุป หลังจากที่นักเรียนมีความรู้ในเรื่องจำนวนลบคูณจำนวนบวกได้จำนวนลบไปแล้ว เช่น $(-4) \times 4 = -16$

$$(-4) \times 3 = -12 \quad (-4) \times 2 = -8 \quad (-4) \times 1 = -4 \quad (-4) \times 0 = 0 \quad (-4) \times (-1) = \dots$$

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า คำตอบที่ได้เป็นอย่างไร (เพิ่มขึ้นครั้งละ 4) ดังนั้น คำตอบในช่องว่างควรเป็นเท่าใด (4)

การหาร

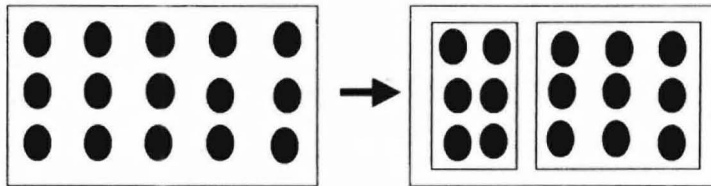
ในเรื่องการหารมีตัวอย่างของการใช้แบบรูปของจำนวนมาช่วยพัฒนาความรู้สึกระเบียงจำนวน เช่น ใช้การสังเกตแบบรูปแล้วเติมจำนวนใน \square

2 เท่า	$10 \div 2$	$= 5$
	$20 \div 4$	$= 5$
	$40 \div 8$	$= 5$
	$80 \div 16$	$= 5$
	$160 \div \square$	$= 5$

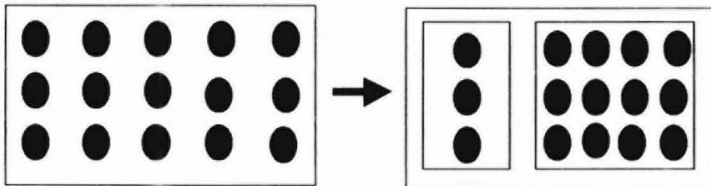
$1000 \div 2$	↘ คูณด้วย 2	$= 500$	↙ หารด้วย 2
$1000 \div 4$	↘ คูณด้วย 2	$= 250$	↙ หารด้วย 2
$1000 \div \square$	↘ คูณด้วย 2	$= 125$	↙ หารด้วย 2

↙ คูณด้วย 2	$10 \div 2 = 5$	↘ คูณด้วย 2
↙ คูณด้วย 2	$20 \div 2 = 10$	↘ คูณด้วย 2
↙ คูณด้วย 2	$40 \div 2 = 20$	↘ คูณด้วย 2
↙ คูณด้วย 2	$80 \div 2 = 40$	↘ คูณด้วย 2
↙ คูณด้วย 2	$\square \div 2 = 80$	↘ คูณด้วย 2

2.3.5 การส่งเสริมให้นักเรียนค้นพบความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองจากสื่อรูปธรรม เช่น ใช้ตัวนับหรือรูปภาพแสดงความสัมพันธ์ให้เห็นว่า 3×5 เท่ากับ $(3 \times 2) + (3 \times 3)$ หรือเท่ากับ $(3 \times 1) + (3 \times 4)$ ดังนี้



$$3 \times 5 = (3 \times 2) + (3 \times 3)$$



$$3 \times 5 = (3 \times 1) + (3 \times 4)$$

ครูอาจจัดกิจกรรมโดยใช้สื่อรูปธรรมอื่นเพื่อช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของจำนวนอื่น ๆ อีก เช่น

$$3 \times 15 = (3 \times 10) + (3 \times 5)$$

$$9 \times 5 = (8 \times 5) + 5$$

$$9 \times 6 = (10 \times 6) - 6$$

ความสามารถของนักเรียนที่เห็นความสัมพันธ์ของจำนวนในรูปแบบต่าง ๆ เป็นทักษะที่เป็นประโยชน์ ส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการสังเกต มีหลักเกณฑ์ มีเหตุผล และเป็นประโยชน์กับการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป

3. ความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน

ในการพัฒนาความเข้าใจขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน จำเป็นต้องให้นักเรียนคุ้นเคยกับจำนวนต่าง ๆ โดยครูอาจจัดกิจกรรม ดังนี้

3.1 ใช้สื่อที่หลากหลาย เช่น เหยียดยวบาท ลูกบิด เมล็ดถั่ว และอื่น ๆ ที่มีอยู่ในสภาพแวดล้อม ใกล้ตัวนักเรียน นำมาให้ให้นักเรียนนับเพื่อคว่ำสิ่งของที่มีจำนวน 10 20 30 50 หรือ 100 เหล่านั้น มากน้อยเพียงใด

3.2 ใช้สิ่งของที่มีขายอยู่ในท้องตลาด นำมาชั่งและให้นักเรียนชก เพื่อให้มีความรู้สึกได้ว่า สิ่งของต่าง ๆ ที่มีน้ำหนัก 1 2 3 หรือ 5 กิโลกรัม นั้น ให้ความรู้สึกหนักมากน้อยเพียงใด

3.3 ให้นักเรียนช่วยกันวัดระยะทาง และพิจารณาว่า ระยะทาง 1 2 3 5 หรือ 10 เมตร นั้นยาวเพียงใด

3.4 แนะนำให้นักเรียนจดจำสิ่งที่ได้ลงมือปฏิบัติไปแล้ว เช่น นึกภาพว่า ถั่วแดง 100 เมล็ด มากน้อยเพียงใด ระยะทาง 1 เมตรนั้นยาวสักแค่ไหน หรือน้ำหนักหนึ่งกิโลกรัมหนักสักเท่าไร มากน้อยเพียงใด เพื่อใช้เป็นเกณฑ์อ้างอิงกับสิ่งที่จะคะเน เช่น คะเนปริมาณ ระยะทาง หรือน้ำหนัก

นักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน จะเข้าใจได้คือว่า

- 39 มีค่ามากเมื่อเปรียบเทียบกับ 6 แต่มีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับ 90
- 500 มีค่าใกล้ 489 มากกว่ามีค่าใกล้ 562
- เมื่อเห็นทศนิยม 0.49 นักเรียนควรรู้ว่าจำนวนนี้มีค่าใกล้ 0.50 มากกว่ามีค่าใกล้ 0.40
- 9.78 มีค่าใกล้ 10 มากกว่ามีค่าใกล้ 9

ฯลฯ

ครูควรจัดให้นักเรียนได้มีประสบการณ์จากการพิจารณาจำนวนต่าง ๆ ว่ามีค่าใกล้จำนวนเต็มสิบหรือจำนวนเต็มร้อยใดโดยเปรียบเทียบจำนวนสิ่งของ ใช้เส้นจำนวนเพื่อช่วยให้เห็นว่า จำนวนนั้น ใกล้ไปทางจำนวนเต็มสิบหรือจำนวนเต็มร้อยใด หรือพิจารณาจำนวนจำนวนหนึ่งว่ามีค่าใกล้เพียงจำนวนใด ในสองจำนวนที่กำหนดให้ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการคิดคำนวณและการหาค่าประมาณในโอกาสต่อไป

4. การรู้ผลสัมพัทธ์ของการดำเนินการ

เมื่อนักเรียนเข้าใจความหมายของการดำเนินการต่าง ๆ เช่น การบวก การลบ การคูณ และการหารแล้ว ครูจะต้องกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักสังเกต เช่น

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนสามารถพิจารณาได้อย่างรวดเร็วว่า ผลบวก ผลลบ ผลคูณ หรือ ผลหารนั้น เขียนแทนด้วยตัวเลขหลักกี่หลัก เช่น

- ผลลัพธ์ของ $82 + 21$ เป็นจำนวนที่มีสามหลัก
โดยสังเกตจาก $80 + 20 = 100$ ซึ่งเป็นจำนวนที่มีสามหลัก
- ผลลัพธ์ของ $56 + 23$ เป็นจำนวนที่มีสองหลัก
โดยสังเกตจาก $60 + 30 = 90$ ซึ่งเป็นจำนวนที่มีสองหลัก

4.2 กระตุ้นให้นักเรียนเปรียบเทียบจากการหาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณ และการหาร ของจำนวนคู่เดียวกันอย่างสม่ำเสมอ จนนักเรียนสามารถตั้งเป็นข้อสังเกตได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง เช่น ให้นักเรียนเติมจำนวนใน

$8 \times 4 =$	<input type="text"/>
$8 + 4 =$	<input type="text"/>
$8 - 4 =$	<input type="text"/>
$8 \div 4 =$	<input type="text"/>

$1 \times 1 =$	<input type="text"/>
$1 + 1 =$	<input type="text"/>
$1 - 1 =$	<input type="text"/>
$1 \div 1 =$	<input type="text"/>

$18 \times 0 =$	<input type="text"/>
$18 + 0 =$	<input type="text"/>
$18 - 0 =$	<input type="text"/>

ฯลฯ

เมื่อให้ตัวอย่างมากพอ ครูอาจถามคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่า

- กรณีใดที่ผลคูณจะมีค่ามากที่สุด (จำนวนทั้งสองต้องมากกว่า 1)
- กรณีใดที่ผลบวกจะมีค่ามากที่สุด (เมื่อมีอย่างน้อยหนึ่งจำนวนเป็น 1)
- กรณีใดที่ผลบวกเท่ากับผลลบและมากกว่าผลคูณ (เมื่อจำนวนหลังเป็นศูนย์)

5. ความสามารถในการพัฒนาสิ่งอ้างอิงในการหาปริมาณของสิ่งของ และสถานการณ์ต่าง ๆ ในสิ่งแวดล้อมของนักเรียน

กรอบในการพัฒนาขั้นนี้คือ พัฒนาไปพร้อม ๆ กับการจัดกิจกรรมในข้อที่ 1. ถึงข้อที่ 4. กล่าวคือ ครูจะต้องคอยซักถามและร่วมกันอภิปราย เพื่อให้นักเรียนตระหนักถึงความเป็นไปได้ของคำตอบจากปัญหาต่าง ๆ เช่น

5.1 เมื่อนักเรียนนับลูกปัด ครูแนะนำให้นักเรียนสังเกตว่า 100 เม็ด มากแค่ไหน ดังนั้น ถ้ามีลูกปัด 50 เม็ด จะมากแค่ไหน เป็นต้น

5.2 เป็นไปได้ไหมที่เพื่อนของนักเรียนบอกว่า แบ่งสิ่งของ 100 ชิ้น ออกเป็นสองกอง โดยกองหนึ่งมี 51 อีกกองหนึ่งมี 59 ซึ่งนักเรียนควรตระหนักว่าเป็นไปไม่ได้ เนื่องจาก 50 บวกกับ 50 ได้ 100 และทั้งสองจำนวนนั้นต่างก็มากกว่า 50

5.3 เป็นไปได้ไหมที่นักเรียนจะชั่งเหรียญบาทได้ครั้งละ 100,000 เหรียญ ในขณะที่นักเรียนได้เคยทดลองชั่งเหรียญบาท พบว่า เหรียญบาท 300 อัน หนักประมาณ 1 กิโลกรัม

5.4 เป็นไปได้ไหมที่เพื่อนของนักเรียนหาผลบวกของ $491 + 375$ ได้ 966 อภิปรายให้เห็นว่า 491 มีค่าน้อยกว่า 500 และ 375 มีค่าน้อยกว่า 400 ดังนั้น ผลบวกจะมีค่ามากกว่า 900 ได้หรือไม่

5.5 ส่งเสริมสร้างประสบการณ์ให้มีภาพในใจเพื่อใช้ตรวจสอบความเป็นไปได้ของการวัด เช่น

- ใช้ความสูงของนักเรียน อ้างอิงความเป็นไปได้ของการวัดความสูงของสิ่งอื่น ๆ เช่น นักเรียนทราบว่าตนเองสูง 159 เซนติเมตร และเมื่อเทียบความสูงกับเพื่อน เพื่อนสูงกว่านักเรียนเล็กน้อย เพื่อนของนักเรียนกล่าวว่า เขาสูง 200 เซนติเมตร นักเรียนควรตระหนักว่า มีความเป็นไปได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

- ใช้น้ำหนักที่นักเรียนคุ้นเคย อ้างอิงความเป็นไปได้ของการชั่งน้ำหนัก เช่น นักเรียนเคยชั่งส้ม 1 กิโลกรัมได้ส้ม 8 ผล ถ้าแม่ค้าบอกว่า ส้ม 12 ผล หนัก 2 กิโลกรัม (ส้มขนาดใกล้เคียงกับที่นักเรียนเคยชั่ง) นักเรียนอาจคิดว่าเป็นไปไม่ได้ จึงขอชั่งตรวจสอบอีกครั้ง

บทบาทของครูเพื่อให้เด็กมีความสามารถในการพัฒนาสิ่งอ้างอิงในการหาปริมาณของสิ่งของและสถานการณ์ต่าง ๆ ในสิ่งแวดล้อมของนักเรียน คือ จัดประสบการณ์ในเรื่องการวัด การคะเน และการตรวจสอบการวัด ไม่ว่าจะเป็นเรื่องของปริมาตร ระยะทาง หรือน้ำหนัก อย่างสม่ำเสมอ และส่งเสริมให้นักเรียนหาเกณฑ์ที่นักเรียนคุ้นเคย เป็นเกณฑ์ในการอ้างอิงความเป็นไปได้ของการวัด นอกจากนั้นครูอาจส่งเสริมและสนับสนุนให้นักเรียนทำโครงการต่าง ๆ ที่นักเรียนสนใจ เกี่ยวกับเรื่องของจำนวน เช่น อาจมีนักเรียนบางคนอยากทราบว่า ต้องใส่ลูกโป่งจำนวนเท่าไรจึงจะเต็มพื้นที่ห้องเรียน ครูอาจร่วมกับนักเรียนวางแผนว่าจะหาคำตอบนี้ได้อย่างไร หรือถ้านักเรียนอยากทราบว่า ถั่วแดงสามกิโลกรัมมีประมาณกี่เมล็ด ครูอาจให้นักเรียนร่วมกันวางแผนว่าจะทำอย่างไร จึงจะไม่ต้องนับเมล็ดถั่วทั้งสามกิโลกรัม

6. ความสามารถในการคิดคำนวณในใจได้อย่างยืดหยุ่น

ความสามารถนี้จะเกิดขึ้นหลังจากที่นักเรียนมีประสบการณ์จากการคิด และหาแนวทางในการคิดต่าง ๆ เพื่อให้สามารถคิดคำนวณในใจได้สะดวกขึ้น เนื่องจากกระบวนการคิดคำนวณในใจ น่าจะแตกต่างไปจากการคิดคำนวณตามขั้นตอนวิธีที่ทำในกระดาษ ดังนั้น ครูจะต้องจัดกิจกรรมต่าง ๆ ประสมประสานกันไป เช่น

6.1 ให้นักเรียนฝึกคิดเลขในใจสัปดาห์ละสองถึงสามครั้ง ครั้งละประมาณ 5 ถึง 10 นาที แล้วดำเนินการ ดังนี้

- นำคำตอบที่ได้ของแต่ละคนมาอภิปรายร่วมกันว่า นักเรียนคิดอย่างไร วิธีคิดใดที่มีประสิทธิภาพ

- ในกรณีที่นักเรียนคิดคำนวณในใจเช่นเดียวกับการแสดงวิธีทำในกระดาษ ครูอาจต้องเป็นผู้เริ่มต้นเสนอความคิดว่าสามารถคิดได้หลายวิธี เช่น

ต้องการหา $25 + 37$ อาจคิดดังนี้

นำ 20 บวกกับ 30 ได้ 50 และนำ 5 + 7 ได้ 12 จึงรวมเป็น 62

หรือนำ 25 บวกกับ 30 ได้ 55 แล้วจึงนำไปบวกกับ 7 ได้ 62

ต้องการหา $16 + 32 + 24$ อาจคิดดังนี้

รวม 16 กับ 24 ก่อน ซึ่งได้ 40 แล้วจึงนำไปบวกกับ 32 ได้ 72

หรือ $10 + 30 + 20 = 60$ และ $6 + 2 + 4 = 12$ รวมทั้งหมดเป็น $60 + 12 = 72$

6.2 กระตุ้นให้นักเรียนสังเกตแบบรูปของจำนวน เช่น

$$(1) \quad \square + \square = 35$$

ในกรณีนี้หากนักเรียนสังเกตแบบรูปของจำนวน นักเรียนจะเดิมนำคำตอบได้มากมายหลายคำตอบอย่างรวดเร็ว เช่น $0 + 35$ $1 + 34$ $2 + 33$ $3 + 32$ $4 + 31$ $5 + 30$ $6 + 29$ และอื่น ๆ อีกมากมาย

$$(2) \quad \begin{array}{ccc} 20 + 16 = 36 & & 20 + 16 = 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{ดังนั้น} & 19 + 17 = 36 & \text{ดังนั้น} & 21 + 15 = 36 \end{array}$$

6.3 กระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดที่หลากหลาย เช่น

$$8 + 7 = (8 + 2) + 5$$

$$8 + 7 = 5 + (3 + 7)$$

$$7 + 7 = 14 \quad \text{ดังนั้น} \quad 7 + 8 = 15$$

$$8 + 8 = 16 \quad \text{ดังนั้น} \quad 8 + 7 = 15$$

6.4 การคิดคำนวณในใจอย่างเหมาะสม

เช่น 25×64 เปลี่ยนเป็น $\frac{100}{4} \times 64$ และจะได้ 100×16 ซึ่งได้คำตอบเป็น 1600

บทบาทของครูคือ ต้องจัดกิจกรรมดังกล่าวเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิด โดยใช้คำถามและเสนอแนะกระบวนการคิดแบบต่าง ๆ อย่างสม่ำเสมอ

เมื่อครูกระตุ้นให้นักเรียนคิดบ่อย ๆ พร้อม ๆ กับที่ครูแสดงความคิดที่แตกต่างออกไป ก็จะเป็นการส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนหาวิธีการที่เหมาะสมต่อไป

7. ความสามารถในการประมาณค่า

7.1 ตัวอย่างของปัญหาการประมาณ

ครูกำหนดสถานการณ์ให้นักเรียนคิดคำนวณหาค่าประมาณต่าง ๆ แล้วนำมาอภิปรายร่วมกันว่า นักเรียนแต่ละคนคิดอย่างไร ของใครคิดได้สะดวกรวดเร็ว และมีค่าใกล้เคียงเชื่อถือได้ ในการหาค่าประมาณมิได้หมายความว่า ทุกคนจะต้องคิดเช่นเดียวกัน แต่เป็นเพียงแนวทางหนึ่งเท่านั้น ครูและนักเรียนอาจคิดแตกต่างกันก็ได้ แต่ขอให้คำนึงว่าเป็นวิธีการที่สามารถคิดคำนวณได้ โดยไม่ต้องใช้กระดาษและดินสอ และคำตอบที่ได้มีค่าใกล้เคียง สมเหตุสมผล และช่วยในการตัดสินใจได้

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของปัญหาและแนวทางในการประมาณ เช่น

(1) จงประมาณค่าของ 48×31

แนวคิด $50 \times 30 = 1500$

ดังนั้น 48×31 มีค่าประมาณ 1500

(2) จงประมาณค่าของ $\frac{341 \times 6}{41}$

แนวคิด $\frac{341 \times 6}{41}$ อาจประมาณคำตอบโดยนำ 6 ไปหาร 41 ได้ค่าประมาณ 7

ดังนั้น $\frac{341}{7}$ ได้ประมาณ 50

(3) โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนจับสลากเข้าชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 1,480 คน มีผู้จับสลากได้ 270 คน มีนักเรียนจับสลากได้ประมาณร้อยละเท่าใด

แนวคิด $\frac{270}{1480}$ หรือ $\frac{27}{148}$

ประมาณเป็น $\frac{27}{150}$ หรือ $\frac{9}{50}$ หรือ $\frac{18}{100}$

ประมาณ ร้อยละ 18

- (4) ร้านค้าคิดราคาเสื้อไว้ 118 บาท แต่เมื่อลูกค้าซื้อจะลดราคาเหลือ 86 บาท
ร้านค้าลดราคาให้ประมาณร้อยละเท่าใด

แนวคิด ลดราคาประมาณ $120 - 90 = 30$ บาท

หรือเป็นอัตราส่วนประมาณ $\frac{30}{120}$ หรือ $\frac{1}{4}$ หรือ $\frac{25}{100}$

หรือประมาณ ร้อยละ 25

- (5) ขับรถระยะทาง 754 กิโลเมตร ใช้น้ำมันไป 58.4 ลิตร ใช้น้ำมันเฉลี่ยลิตรละกี่กิโลเมตร
แนวคิด ใช้น้ำมันไปประมาณ 60 ลิตร

ดังนั้น โดยเฉลี่ยแล้วขับรถได้ระยะทางประมาณ $\frac{750}{60}$ หรือ $\frac{75}{6}$ หรือ

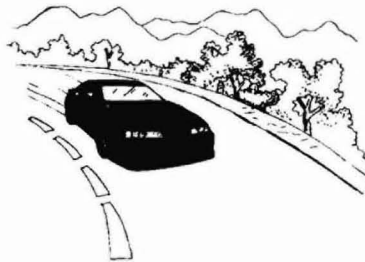
12.5 กิโลเมตรต่อน้ำมัน 1 ลิตร หรือประมาณ 13 กิโลเมตร

- (6) นายอำนาจปาเป่า 17 ครั้ง ลูกดอกเข้าเป้า 5 ครั้ง เขาปาลูกดอกเข้าเป้าประมาณ
ร้อยละเท่าใด

แนวคิด $\frac{5}{17}$ หรือประมาณ $\frac{30}{100}$

นั่นคือ ปาลูกดอกเข้าเป้าประมาณ ร้อยละ 30

- (7) ขณะนี้เวลา 14.15 น. อากาศขั้วรถอยู่ห่างจากพิษณุโลก 135 กิโลเมตร และขับรถ
ด้วยความเร็วเฉลี่ย 55 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อากาศจะไปทันเปิดงานที่พิษณุโลก
เวลา 17.00 น. หรือไม่



แนวคิด เวลา 14.00 น. ถึง 17.00 น. เท่ากับ 3 ชั่วโมง

ลบออกอีก 15 นาที จะเหลือ 2 ชั่วโมง 45 นาที หรือ $2\frac{3}{4}$ ชั่วโมง

เวลา 2 ชั่วโมง ได้ระยะทาง 110 กิโลเมตร

$\frac{3}{4}$ ของ 55 มีค่าประมาณ 40 กิโลเมตร

เวลา $2\frac{3}{4}$ ชั่วโมง รถสามารถแล่นได้ระยะทางประมาณ 150 กิโลเมตร

ดังนั้น อากาศจึงน่าจะไปทันเปิดงาน

(8)



ถ้านักเรียนไปห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง และนักเรียน
ซื้อเสื้อ 2 ตัว ปากกา 1 ด้าม พนักงานบอกว่า
ราคาสินค้ารวมภาษีมูลค่าเพิ่ม เป็นเงิน 479 บาท
นักเรียนคิดว่า มีความเป็นไปได้หรือไม่อย่างไร

แนวคิด เสื้อตัวละ 129 บาท สองตัวประมาณ 260 บาท
ปากกาด้ามละ 98 บาท ประมาณ 100 บาท
รวมเป็นเงิน ประมาณ 360 บาท ภาษีมูลค่าเพิ่มประมาณ 36 บาท
รวมแล้วไม่ควรเกิน 400 บาท ที่พนักงานบอกจึงเป็นไปได้

7.2 เทคนิคบางประการในการประมาณ

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการประมาณ ครูจะต้อง
กระตุ้นให้นักเรียนพยายามหาแนวคิดที่เป็นของตนเอง อย่างไรก็ตามครูอาจมีส่วนอย่างมากที่จะส่งเสริม
ให้นักเรียนมีหลักการคิดอย่างเป็นระบบ เช่น กระตุ้นให้นักเรียนเห็นว่า นอกจากวิธีการที่นักเรียนนำเสนอ
แล้ว ครูก็มีวิธีการคิดที่มีประสิทธิภาพด้วย ดังข้อเสนอแนะต่อไปนี้

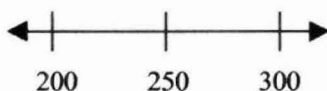
7.2.1 การคำนวณด้วยการปิด

วิธีการนี้เป็นวิธีที่คุ้นเคย โดยจะ ใช้การปิดให้เป็นจำนวนเต็มสิบ ร้อย ...

ที่ใกล้เคียง เช่น

(1) ต้องการประมาณ 268 ให้เป็นจำนวนเต็มร้อย อาจดำเนินการดังนี้

1) ตรวจสอบว่าจำนวนนั้นอยู่ระหว่างจำนวนเต็มร้อยใด



2) หากกึ่งกลางของจำนวนเต็มร้อยคู่นั้น (250)

3) ถ้าจำนวนที่จะปิดมีค่าอยู่ที่จุดกึ่งกลางหรืออยู่ด้านขวา ให้ปิดเป็นจำนวนเต็ม
ร้อยที่มีค่ามากกว่าจำนวนนั้น แต่ถ้าจำนวนที่จะปิดมีค่าน้อยกว่าค่ากึ่งกลาง
ให้ปิดเป็นจำนวนเต็มร้อยที่มีค่าน้อยกว่าจำนวนนั้น ดังนั้น 268 ปิดเป็น 300

(2) ต้องการประมาณ 243 ให้เป็นจำนวนเต็มร้อย อาจดำเนินการดังนี้

เนื่องจาก 243 อยู่ใกล้ 200 มากกว่า 300

ดังนั้น 243 ปิดเป็น 200

ตัวอย่าง	ปัดเป็น
$\begin{array}{r} 762 \\ + \\ \hline 825 \end{array}$	$\begin{array}{r} 800 \\ + \\ \hline 800 \end{array}$ <p>ประมาณ <u>1600</u></p>
$\begin{array}{r} 49 \\ \times \\ \hline 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 50 \\ \times \\ \hline 6 \end{array}$ <p>ประมาณ <u>300</u></p>
$\begin{array}{r} 68 \\ \times \\ \hline 32 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 \\ \times \\ \hline 30 \end{array}$ <p>ประมาณ <u>2100</u></p>

จากแนวคิดดังกล่าว

นักเรียนควรจะพิจารณาได้ว่า

สำหรับ 5×86 ควรจะมีค่าใกล้เคียง
 5×80 หรือ 5×90 มากกว่า

7.2.2 การใช้จุดอ้างอิง

การใช้จุดอ้างอิงคือ นำจำนวนที่จะคิดคำนวณไปเปรียบเทียบกับจำนวนหรือสิ่งที่เราคุ้นเคย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

- (1) มีเงินอยู่ 100 บาท จะซื้อของทั้งสองอย่างนี้ได้หรือไม่



แนวคิด $75 + 25 = 100$ แต่ 77 มากกว่า 75 และ 26 มากกว่า 25
 ซึ่งรวมกันมากกว่า 100 จึงซื้อของทั้งสองอย่างไม่ได้

- (2) แผ่นซีดี แผ่นละ 150 บาท หนูนิคมีเงิน 500 บาท เป็นไปได้ไหมที่หนูนิคจะซื้อแผ่นซีดี จำนวน 4 แผ่น

แนวคิด แผ่นละ 150 บาท 2 แผ่น ราคา 300 บาท 4 แผ่น ราคา 600 บาท
 ดังนั้น เป็นไปไม่ได้ที่จะซื้อ 4 แผ่น



แล้วจะซื้อซีดีได้
 อย่างมากที่สุดก็แผ่น

- (3) หนูเอ๋ซื้อลูกบอล 3 ลูก เป็นเงิน 285 บาท หนูแดงอยากซื้อลูกบอลเพียงลูกเดียว หนูแดงจะต้องจ่ายเงินมากกว่าหรือน้อยกว่า 100 บาท

แนวคิด ถ้าลูกบอลราคาลูกละ 100 บาท 3 ลูก ราคา 300 บาท
แต่หนูเอ๋ซื้อลูกบอล 3 ลูก ราคาไม่ถึง 300 บาท
ดังนั้น หนึ่งลูกจึงมีราคาไม่ถึง 100 บาท

- (4) ใช้จุดอ้างอิงตอบคำถามต่อไปนี้ โดยเติมคำว่า มากกว่าหรือน้อยกว่าในช่องว่าง

- 1) $50 + 20 = 70$ ดังนั้น $52 + 23$ 70
- 2) $80 - 30 = 50$ ดังนั้น $80 - 36$ 50
- 3) $400 + 400 = 800$ ดังนั้น ผลบวกต่อไปนี้ มากกว่าหรือน้อยกว่า 800
- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| $408 + 419$ 800 | $389 + 397$ 800 |
| $400 + 375$ 800 | $400 + 415$ 800 |
- 4) $7 \times 80 = 560$ ดังนั้น ผลคูณต่อไปนี้ มากกว่าหรือน้อยกว่า 560
- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| 7×82 560 | 7×79 560 |
| 7×81 560 | 6.9×80 560 |
| 7×79.999 560 | |
- 5) $6,300 \div 9 = 700$ ดังนั้น ผลหารต่อไปนี้ มากกว่าหรือน้อยกว่า 700
- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| $6,310 \div 9$ 700 | $6,300 \div 8$ 700 |
| $6,390 \div 9$ 700 | $6,301 \div 9$ 700 |
| $6,299 \div 9$ 700 | |
- 6) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ดังนั้น ผลบวกต่อไปนี้ มากกว่าหรือน้อยกว่า 1
- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$ 1 | $\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$ 1 |
| $\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$ 1 | $\frac{3}{8} + \frac{3}{8}$ 1 |
| $\frac{5}{8} + \frac{5}{8}$ 1 | |

7.2.3 การประมาณโดยใช้เทคนิค หน้า – หลัง (front – end estimation)

แนววิธีบวก ลบ หรือคูณ ที่ใช้เทคนิคหน้าหลัง แสดงโดยตัวอย่างต่อไปนี้

$\begin{array}{r} 426 \\ 274 + \\ \hline 327 \end{array}$ <p>บวกจำนวนในหลักร้อย $400 + 200 + 300 = 900$ ประมาณผลบวกของ 26 74 และ 27 ได้มากกว่า 100 แต่น้อยกว่า 200 ดังนั้น ประมาณผลบวกของ 426 274 และ 327 ได้มากกว่า 1,000 แต่น้อยกว่า 1,100</p>
$\begin{array}{r} 736 \\ - \\ \hline 258 \end{array}$ <p>ลบจำนวนในหลักร้อย $700 - 200 = 500$ เปรียบเทียบ 36 และ 58 ซึ่ง 36 น้อยกว่า 58 ดังนั้น ประมาณผลลบของ 736 และ 258 อยู่ระหว่าง 400 และ 500</p>
$\begin{array}{r} 6.95 \\ 7.24 + \\ \hline 3.89 \end{array}$ <p>บวกจำนวนในหลักหน่วย $6 + 7 + 3 = 16$ ประมาณผลบวกของ 0.95 0.24 และ 0.89 ได้ค่าประมาณ 2 ดังนั้น $6.95 + 7.24 + 3.89$ มีค่าประมาณ 18</p>
6×458 <p>$6 \times 400 = 2400$ 58 มีค่าประมาณ 60 $6 \times 60 = 360$ ดังนั้น 6×458 มีค่าประมาณ 2,760</p>

7.2.4 การประมาณช่วงคำตอบ

ในการหาคำตอบบางครั้งครูและนักเรียนอาจนำเครื่องคำนวณมาช่วยในการคิดคำนวณเพื่อให้การทำงานดำเนินไปด้วยความสะดวกและรวดเร็ว แต่ในการป้อนข้อมูลอาจเกิดข้อผิดพลาดได้ในขั้นตอนต่าง ๆ จึงควรมีความตระหนักว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้การประมาณ

ตัวอย่าง 36.125×41.53 คำตอบควรเป็นข้อใด
 ก. 150.31278 ข. 1500.31278 ค. 15003.1278 ง. 150031.278

แนวคิด อาจพิจารณาจากจำนวนใกล้เคียง เช่น $40 \times 40 = 1600$
 ดังนั้น คำตอบข้างต้นที่เป็นไปได้มากที่สุดคือ 1500.31278

จากที่กล่าวมาแล้ว สรุปวิธีสร้างและพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนได้ 7 ประการ คือ

- 1) เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์จริง โดยเสนอสถานการณ์ปัญหาที่สัมพันธ์กับประสบการณ์ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนเรียนรู้ว่าความรู้สึกเชิงจำนวนเป็นสิ่งที่มีความประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหา เนื่องจากความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนจะพัฒนาตลอดเวลา จึงจำเป็นต้องมีโอกาสร่วมกันในการแสดงความคิดเห็น ขณะเดียวกันต้องรู้จักรับฟังความคิดของผู้อื่นด้วย
- 2) หาวิธีคิดคำนวณที่หลากหลาย เนื่องจากวิธีคิดอย่างหลากหลายจะช่วยให้นักเรียนรู้จักที่จะคิดอย่างยืดหยุ่น
- 3) ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดคำนวณในใจ เนื่องจากเราจำเป็นต้องคิดคำนวณในใจในสถานการณ์ต่าง ๆ อยู่เป็นประจำ เช่น การเลือกซื้อสินค้า เป็นต้น
- 4) ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการคิดคำนวณ การส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายเหตุผล จะช่วยให้นักเรียนขยายความคิด และเกิดการหยั่งเห็น (insight)
- 5) ส่งเสริมให้นักเรียนใช้การประมาณในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ
- 6) การใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล มิใช่ถามเฉพาะตอนที่นักเรียนทำผิดคำถามที่ใช้ควรมีลักษณะ เช่น “ทำไมจึงคิดเช่นนั้น” “มีวิธีคิดอย่างอื่นอีกไหม”
- 7) ใช้กิจกรรมการวัดที่หลากหลาย ปัญหาที่เกี่ยวกับการวัดจะช่วยสร้างความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียน เพราะนักเรียนจะสามารถตรวจสอบการประมาณและการคำนวณได้โดยการวัดจริง วิธีที่จะตรวจสอบความคิดของตนเองกับการปฏิบัติจริงมากกว่าที่จะฟังคำตอบจากครู หรือคำตอบจากหนังสือ ส่งเสริมให้นักเรียนกล้าคาดเดาและตรวจสอบคำตอบ หรือพยายามหาหนทางใหม่ในการแก้ปัญหา ตัวอย่างกิจกรรม เช่น ให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนเพื่อร่วมกันสำรวจความยาวของวัตถุต่าง ๆ โดยใช้ไม้ไอศกรีมเป็นหน่วยการวัด ให้นักเรียนใช้การประมาณก่อนแล้วจึงใช้การวัดจริง

การประเมินผลความสามารถด้านความรู้ลึกเชิงจำนวน

ก่อนที่จะตัดสินใจว่าจะใช้การวัดและการประเมินอย่างไร ครูควรทราบก่อนว่า ผู้ที่มีความรู้ลึกเชิงจำนวนที่ดีควรมีความสามารถอย่างไรบ้าง ในที่นี่ได้เสนอความสามารถ 9 ประการ ของผู้มีความรู้ลึกเชิงจำนวน คือ

- 1) ความสามารถในการจัดรูปใหม่ เพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ เช่น นักเรียนอาจคิดว่า
 - 12×15 สามารถคิดคำนวณได้จาก 6×30 หรือ 10×15 แล้วบวกด้วย 30
 - 12×25 สามารถคำนวณจาก $\frac{12 \times 100}{4}$ หรือ 10×25 แล้วบวกด้วย 50
- 2) ความสามารถที่จะจดจำได้ถึงขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน เช่น การรู้ว่า
 - $\frac{1}{3}$ มากกว่า $\frac{1}{4}$
 - ผลต่างระหว่าง 3 และ 5 เหมือนกับผลต่างระหว่าง 123 และ 125
- 3) ความสามารถที่เกี่ยวกับขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน เช่น นักเรียนตระหนักว่า
 - เขาไม่สามารถหยิบเหรียญบาท 200 อัน ได้ในครั้งเดียว
 - จะต้องใช้รถบรรทุกจำนวนมากมายเพื่อบรรทุกวุ้นหนึ่งล้านตัว
- 4) ความสามารถที่จะใช้เกณฑ์อ้างอิง เช่น ใช้ 1 เป็นเกณฑ์อ้างอิง ทำให้ทราบว่าผลบวกของ $\frac{7}{8}$ และ $\frac{9}{10}$ น้อยกว่าสอง เพราะเศษส่วนแต่ละจำนวนมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง
- 5) ความสามารถที่จะเชื่อมโยงจำนวน การดำเนินการ และความสัมพันธ์ของสัญลักษณ์อย่างมีความหมาย เช่น
 - $365 \div 0.69$ จะมีผลลัพธ์มากกว่า 365
 - ผลต่างของ 6 บาท และ 2.75 บาท อาจคิดได้จาก นำ 2 บาท ไปลบออกจาก 6 บาท เหลือ 4 บาท และเมื่อนำไปลบออกอีก 75 สตางค์ จึงเหลือ 3 บาท กับ 25 สตางค์
- 6) ความสามารถที่จะเข้าใจผลของการดำเนินการของจำนวน เช่น นักเรียนรู้ว่าผลต่างของ 289 กับ 348 คือ 59 ดังนั้น ผลต่างของ 289 กับ 358 คือ 69
- 7) ความสามารถที่จะสร้างวิธีคิดคำนวณในใจ เช่น การหาผลต่างของ 28 กับ 65 โดยคิดจากผลต่างของ 30 กับ 67
- 8) ความสามารถที่จะใช้จำนวนได้อย่างยืดหยุ่นเพื่อประมาณคำตอบในการคิดคำนวณ เช่น บอกได้ว่าผลบวกของจำนวนที่มีสองหลักสองจำนวนนั้นมีค่ามากกว่า หรือน้อยกว่า 100 และสามารถอธิบายเหตุผลได้

9) ความสามารถในการพัฒนาความเข้าใจอย่างแจ่มชัดเกี่ยวกับจำนวน นักเรียนที่มีความรู้สึกรู้สียงจำนวนจะเชื่อว่าคณิตศาสตร์นั้นมีความหมาย และสามารถพัฒนาความหมายนั้นได้จากการทำกิจกรรมที่เกี่ยวกับจำนวน

ความสามารถต่าง ๆ ที่กล่าวแล้ว เป็นตัวบ่งชี้ความรู้สึกรู้สียงจำนวน ดังนั้น การประเมินความสามารถด้านความรู้สึกรู้สียงจำนวน จึงต้องกระทำในหลายรูปแบบ โดยกระทำควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ไม่มุ่งเน้นไปที่การสอบกลางภาค หรือปลายภาคแต่อย่างเดียว การประเมินผลควบคู่ไปกับการจัดการเรียนการสอนกระทำเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ทั้งของครูและของนักเรียน คือครูจะได้ปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น และเป็นข้อมูลในการช่วยเหลือให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนมากที่สุด

การประเมินผลระหว่างเรียนอาจทำได้โดยการสังเกตเป็นรายบุคคลและกลุ่ม แล้วบันทึกความก้าวหน้าต่าง ๆ ของนักเรียน โดยใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องรวบรวมได้เป็นข้อมูลในการช่วยเหลือและสนับสนุนให้นักเรียนพัฒนาไปได้เต็มศักยภาพ รวมทั้งให้กำลังใจและส่งเสริมผู้ที่มีปัญหาต่าง ๆ ให้มากขึ้น หลักในการสังเกตและบันทึกข้อมูลอาจทำโดยวางแผนว่า ในชั่วโมงนั้นจะสังเกตใครบ้างหรือจะสังเกตนักเรียนกลุ่มใด ในชั่วโมงหนึ่ง ๆ ไม่ควรสังเกตเพื่อบันทึกผลนักเรียนจำนวนมากเกินไป เช่น ไม่ควรเกิน 5 คน เพื่อให้การสังเกตเป็นไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ ครูอาจต้องใช้เวลาสังเกต 7-8 วัน จึงจะครบทุกคน และเริ่มต้นสังเกตในรอบต่อไปอีก ข้อมูลที่ครูอาจสังเกต เช่น

- ความมุ่งมั่นในการทำงาน
- ความสามารถในการแก้ปัญหา
- ความสามารถในการอ้างอิงข้อความรู้เดิมกับข้อความรู้ใหม่
- เจตคติในการทำงานร่วมกับผู้อื่น
- การร่วมมือกันทำงาน

ฯลฯ

ในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ครูอาจบันทึกพัฒนาการของนักเรียนเป็นรายบุคคล การประเมินอาจพิจารณาที่ความก้าวหน้าของนักเรียนเป็นรายบุคคล หรืออาจเทียบความสามารถกับเกณฑ์ที่กำหนดขึ้นอย่างใดอย่างหนึ่ง ไม่ควรใช้เกณฑ์การประเมินเป็นเครื่องตัดสินการสอบได้หรือสอบตก แต่ควรใช้เกณฑ์เพื่อกระตุ้นให้เกิดการพัฒนาในขั้นต่อไป

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างบางตัวอย่างของปัญหา/กิจกรรมและตัวอย่างของการใช้คำถามเพื่อพัฒนาความรู้ลึกเชิงจำนวน

ตัวอย่างปัญหา/กิจกรรม เพื่อพัฒนาความรู้ลึกเชิงจำนวน

ปัญหา/กิจกรรมที่ 1 การนับ และค่าประจำหลัก

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 1 – 2

- สื่อการเรียนรู้
1. เมล็ดถั่วประมาณ 35 – 45 เมล็ด
 2. กาว
 3. ใบงาน

วิธีดำเนินการ

1. ครูแจกอุปกรณ์ให้นักเรียน
2. ให้นักเรียนติดเมล็ดถั่วลงในใบงาน
3. นักเรียนนับเมล็ดถั่วทั้งหมด มีกี่เมล็ด
4. ให้นักเรียนวงล้อมเมล็ดถั่ววงละ 10 เมล็ด แล้วตอบคำถามต่อไปนี้
 - มีเมล็ดถั่วกี่วง เป็นเมล็ดถั่วกี่เมล็ด
 - มีเมล็ดถั่วที่ไม่ได้วงกี่เมล็ด
 - ดังนั้น มีเมล็ดถั่วทั้งหมดกี่เมล็ด

ปัญหา/กิจกรรมที่ 2 คาคะเน และตรวจสอบ

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 2

สื่อการเรียนรู้ เมล็ดถั่วแดง

วิธีดำเนินการ

1. ให้นักเรียนหยิบเมล็ดถั่วแดงขึ้นมาหนึ่งกำมือ แล้ววางบนโต๊ะ
2. ให้คาคะเนและบันทึกผลจากการคาคะเนว่า มีเมล็ดถั่วแดงกี่เมล็ด
3. จากข้อ 2 วางเมล็ดถั่วแยกเป็นกอง กองละสิบ และที่เหลือเป็นกองที่ไม่ครบสิบ แล้วบอกจำนวน
4. มีเมล็ดถั่วแดงมากหรือน้อยกว่าที่คาคะเนอยู่เท่าไร

ปัญหากิจกรรมที่ 4 มีเมล็ดถั่วอยู่เท่าไร

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 4 – 6

- สื่อการเรียนรู้**
1. เมล็ดถั่ว ประมาณ 1 กิโลกรัม
 2. ภาชนะขนาดใหญ่สำหรับใส่เมล็ดถั่ว
 3. ภาชนะขนาดเล็กสำหรับใช้อ้างอิงจำนวน

วิธีดำเนินการ งานกลุ่ม

1. ให้นักเรียนใช้ภาชนะขนาดเล็กตวงเมล็ดถั่วให้เต็มภาชนะ แล้วช่วยกันนับว่า ภาชนะขนาดเล็กจุ่มเมล็ดถั่วเท่าใด
2. ให้นักเรียนร่วมกันวางแผนว่า จะหาจำนวนเมล็ดถั่วในภาชนะใหญ่ โดยประมาณ ได้อย่างไร
3. ให้นักเรียนปฏิบัติตามวิธีที่คิดไว้ในข้อ 2 เพื่อหาจำนวนเมล็ดถั่วโดยประมาณ แล้วบันทึกผลการปฏิบัติงาน และนำเสนอวิธีการในชั้นเรียน

หมายเหตุสำหรับครู ครูอาจเตรียมอุปกรณ์อย่างอื่นที่หลากหลาย แล้วให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

ปัญหากิจกรรมที่ 5 ความคิดหลากหลายเกี่ยวกับจำนวน “เมื่อเห็น 7 นักเรียนนึกถึงอะไรบ้าง”

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 2 – 4

- สื่อการเรียนรู้**
1. ใบงาน
 2. ไม้บรรทัด คินสอ สีเทียน และอื่นๆ

วิธีดำเนินการ

แจกใบงาน “เมื่อเห็น 7 นักเรียนนึกถึงอะไรบ้าง” ให้นักเรียนคนละหนึ่งใบ เพื่อเขียนแสดงความคิดเห็นลงในใบงาน แล้วตกแต่งระบายสีให้สวยงาม

ปัญหากิจกรรมที่ 6 แบบรูปจากตารางร้อย

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 2-4

สื่อการเรียนรู้ 1. ตารางร้อย

2. ใบงาน

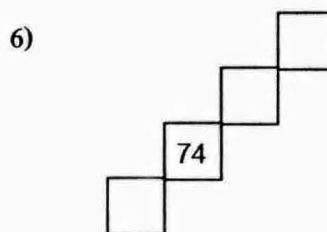
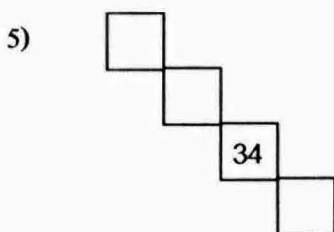
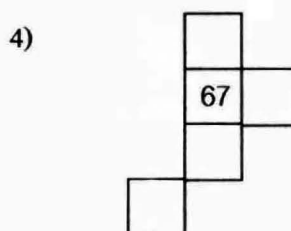
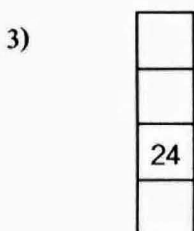
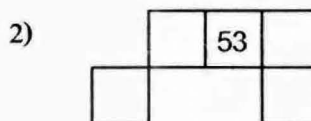
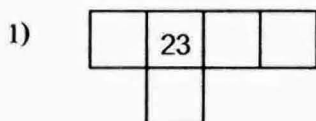
วิธีดำเนินการ

1. ให้นักเรียนดูตารางร้อย แล้วตอบคำถาม

- จำนวนที่ติดกับ 15 ที่อยู่ด้านบนคือ..... ด้านซ้ายคือ..... ด้านขวาคือ.....
และด้านล่างคือ.....
- จำนวนที่ติดกับ 46 ที่อยู่ด้านบนคือ..... ด้านซ้ายคือ..... ด้านขวาคือ.....
และด้านล่างคือ.....

2. ให้นักเรียนสังเกตตัวเลขในตารางร้อยอีกครั้ง แล้วเก็บตารางร้อยก่อนตอบคำถามต่อไปนี้

- ชิ้นส่วนต่อไปนี้ตัดออกมาจากตารางร้อย ให้นักเรียนเขียนตัวเลขแสดงจำนวนลงในช่องต่าง ๆ ที่เว้นว่างไว้



3. นักเรียนพบข้อสังเกตอะไรบ้าง

ปัญหากิจกรรมที่ 7 ความคิดหลากหลายเกี่ยวกับจำนวน “ดอกไม้ แสดงการดำเนินการของจำนวน”

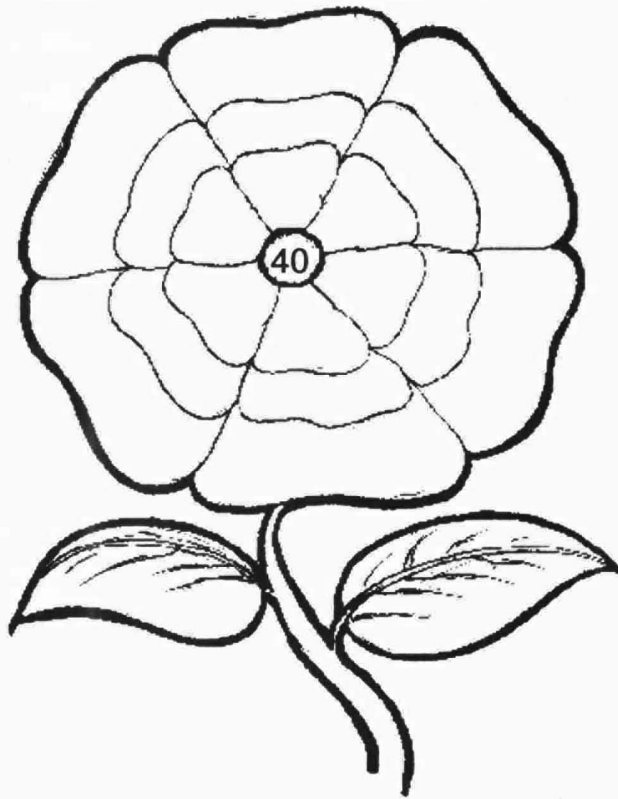
ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 2-4

สื่อการเรียนรู้ 1. ใบงาน

2. ดินสอสีสำหรับตกแต่งให้สวยงาม

วิธีดำเนินการ

แจกใบงานให้นักเรียนคนละหนึ่งใบ ให้นักเรียนเขียนจำนวนสองจำนวนพร้อมด้วยการดำเนินการซึ่งอาจเป็น บวก ลบ คูณ หรือหาร ที่ทำให้ผลลัพธ์เป็น 40 เช่น $32 + 8, 5 \times 8, \dots$ ลงในรูปให้ได้มากที่สุด



หมายเหตุสำหรับครู ครูอาจกำหนดจำนวนอื่น หรือให้นักเรียนเขียนรูปเป็นอย่างอื่นก็ได้

ปัญหากิจกรรมที่ 8 คิดในใจ หาจำนวนเป้าหมาย

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 2 – 4

สื่อการเรียนรู้ 1. ใบงาน

2. เครื่องคิดเลขสำหรับตรวจสอบคำตอบ (ถ้ามี)

วิธีดำเนินการ

1. แจกใบงานให้นักเรียนคนละหนึ่งใบ
2. ให้มองจำนวนเริ่มต้นแล้วคิดในใจว่า ถ้าบวกเข้าไปทีละ 100 จำนวนเป้าหมายจะเป็นจำนวนใดจากสองจำนวนที่กำหนดให้ แล้วให้วงกลมล้อมรอบจำนวนที่คาดว่าจะเป็จำนวนเป้าหมาย
3. ตรวจสอบคำตอบโดยใช้เครื่องคิดเลข หรือโดยการบวก

ตัวอย่างใบงาน เป้าหมายอยู่ที่ไหน

เป้าหมายที่จะได้คือจำนวนใด ให้วงจำนวนที่คาดว่าจะเป็จำนวนเป้าหมาย แล้วตรวจสอบโดยใช้เครื่องคิดเลขหรือหาผลบวก

	จำนวนเริ่มต้น	บวกทีละ 100	เป้าหมายที่จะได้	ถูกหรือผิด
(1)	23	+100 ...	332 323
(2)	34	+100 ...	432 434
(3)	51	+100 ...	515 551
(4)	67	+100 ...	667 676
(5)	19	+100 ...	919 916
(6)	48	+100 ...	848 488
(7)	73	+100 ...	973 739

หมายเหตุสำหรับครู ครูอาจให้นักเรียนบวกทีละ 10 , 100 , 1,000 , ...

ปัญหากิจกรรมที่ 9 สังเกตการดำเนินการ

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 2-4

สื่อการเรียนรู้ ใบงาน

ให้เติมจำนวนลงใน

1. $8 + 8 = \square$ $8 - 8 = \square$ $8 \times 8 = \square$

$9 + 7 = \square$ $9 - 7 = \square$ $9 \times 7 = \square$

2. $10 + 10 = \square$ $10 - 10 = \square$ $10 \times 10 = \square$

$11 + 9 = \square$ $11 - 9 = \square$ $11 \times 9 = \square$

3. $12 + 12 = \square$ $12 - 12 = \square$ $12 \times 12 = \square$

$13 + 11 = \square$ $13 - 11 = \square$ $13 \times 11 = \square$

นักเรียนได้ข้อสังเกตอะไรจากการเติมจำนวนใน ข้อ 1. 2. และ 3.

หมายเหตุสำหรับครู 1. ผลบวกในแต่ละข้อมีค่าเท่ากัน

2. ผลลบต่างกันอยู่สอง

3. ผลคูณต่างกันอยู่หนึ่ง

ปัญหากิจกรรมที่ 10 สังเกตการดำเนินการ

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 2-4

สื่อการเรียนรู้ ใบงาน

ให้เติมจำนวนลงใน

1. $4 \times 3 = \square + \square + \square + \square$
 $= 12$

ดังนั้น $5 \times 3 = 12 + \square$
 $= \square$

$$2. \quad 6 \times 2 = \square + \square + \square + \square + \square + \square$$

$$= 12$$

$$\text{ดังนั้น} \quad 7 \times 2 = 12 + \square$$

$$= \square$$

$$3. \quad 5 \times 4 = \square + \square + \square + \square + \square$$

$$= 20$$

$$\text{ดังนั้น} \quad 6 \times 4 = 20 + \square$$

$$= \square$$

$$4. \quad 3 \times 4 = \square + \square + \square$$

$$= 12$$

$$\text{ดังนั้น} \quad 4 \times 4 = 12 + \square$$

$$= \square$$

$$5. \quad 12 \times 12 = \square + \square + \square + \square + \square + \square + \square + \square +$$

$$\square + \square + \square + \square$$

$$= 144$$

$$\text{ดังนั้น} \quad 13 \times 12 = 144 + \square$$

$$= \square$$

นักเรียนได้ข้อสังเกตอะไรจากการเติมจำนวนใน \square ข้อ 1. ถึงข้อ 5.

ปัญหากิจกรรมที่ 11 สังเกตการดำเนินการ

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 2-4

สื่อการเรียนรู้ ใบงาน

ให้เติมจำนวนลงใน

$$6 \div 3 = \square$$

และ

$$3 \times \square = 6$$

$$12 \div 3 = \square$$

และ

$$3 \times \square = 12$$

$$18 \div 3 = \square$$

และ

$$3 \times \square = 18$$

$$24 \div 3 = \square$$

และ

$$3 \times \square = 24$$

$$30 \div 3 = \square$$

และ

$$3 \times \square = 30$$

$$36 \div 3 = \square$$

และ

$$3 \times \square = 36$$

$$42 \div 3 = \square$$

และ

$$3 \times \square = 42$$

.

.

.

.

.

.

นักเรียนได้ข้อสังเกตอะไรจากการเติมจำนวนใน

หมายเหตุสำหรับครู นอกจากจะมีความสัมพันธ์ระหว่างการคูณและการหารแล้ว ยังมีความเกี่ยวข้องในเรื่องแบบรูปด้วย

ปัญหากิจกรรมที่ 12 สังเกตการดำเนินการ

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 3-6

สื่อการเรียนรู้ ใบงาน

ให้เติมจำนวนลงใน

$$800 \div 2 = \square$$

และ

$$2 \times \square = 800$$

$$800 \div 4 = \square$$

และ

$$4 \times \square = 800$$

$$800 \div 8 = \square$$

และ

$$8 \times \square = 800$$

$$800 \div 16 = \square$$

$$\text{และ } 16 \times \square = 800$$

$$800 \div 32 = \square$$

$$\text{และ } 32 \times \square = 800$$

.

.

.

.

.

.

นักเรียนได้ข้อสังเกตอะไรจากการเติมจำนวนใน

หมายเหตุสำหรับครู ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ให้นักเรียนใช้แบบรูปในการช่วยหาคำตอบของ $800 \div 16$ และ $800 \div 32$ หลังจากนั้น ครูอาจให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบด้วย เครื่องคิดเลข

ปัญหากิจกรรมที่ 13 สังเกตการดำเนินการ

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 3 – 6

สื่อการเรียนรู้ ใบงาน

ให้เติมจำนวนลงใน

$$1 \times \square = 400$$

$$2 \times \square = 400$$

$$4 \times \square = 400$$

$$8 \times \square = 400$$

$$16 \times \square = 400$$

.

.

.

.

.

.

นักเรียนได้ข้อสังเกตอะไรจากการเติมจำนวนใน

ปัญหากิจกรรมที่ 14 สังเกตการดำเนินการ

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 3 – 6

สื่อการเรียนรู้ ใบงาน

ให้เติมจำนวนลงใน

$$1600 \div \square = 800$$

$$1600 \div \square = 400$$

$$1600 \div \square = 200$$

$$1600 \div \square = 100$$

$$1600 \div \square = 50$$

$$1600 \div \square = 25$$

. .
. .
. .

นักเรียนได้ข้อสังเกตอะไรจากการเติมจำนวนใน

ปัญหากิจกรรมที่ 15 คิดในใจ “พิจารณาอย่างประมาณว่าผลลัพธ์ควรเป็นจำนวนที่มีกี่หลัก”

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 1 – 6

สื่อการเรียนรู้ 1. ใบงาน

2. เครื่องคิดเลขสำหรับตรวจสอบคำตอบ (ถ้ามี)

ผลลัพธ์ของการดำเนินการเป็นจำนวนที่มีกี่หลัก

การดำเนินการ

จำนวนหลัก

(1) $49 + 58$

(2) $191 - 92$

(3) $354 - 155$

(4) $655 + 246$

(5) 150×21

(6) 345×5

(7) $168 \div 4$

(8) $896 \div 8$

หมายเหตุสำหรับครู อาจปรับเปลี่ยนตัวเลขและการดำเนินการให้เหมาะสมกับระดับชั้น

ปัญหากิจกรรมที่ 16 คิดในใจ “ควรรใส่จุดทศนิยมที่ตรงไหน”

ระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 4 – 6

สื่อการเรียนรู้ 1. ใบงาน

2. เครื่องคิดเลขสำหรับตรวจสอบคำตอบ (ถ้ามี)

วิธีดำเนินการ

แจกใบงานให้นักเรียนคนละหนึ่งใบ ให้นักเรียนพิจารณาอย่างประมาณว่า
ควรรใส่จุดทศนิยมตรงไหน เติมจุดทศนิยม แล้วตรวจสอบโดยใช้เครื่องคิดเลข

(1) $235.34 + 47.245 = 282585$

(2) $254.123 - 27.3468 = 2267762$

(3) $3524.987 + 356.3524 = 38813394$

(4) $3564.21 - 243.1245 = 33210855$

(5) $6.528 \times 2.34 = 1527552$

(6) $4562 \times 6.3 = 287406$

(7) $8.526 \times 3.13 \times 0.21 = 56041398$

(8) $72.36 \div 6.4 = 1130625$

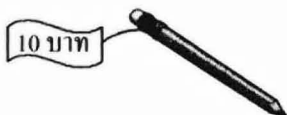
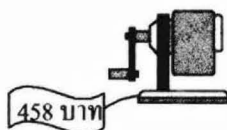
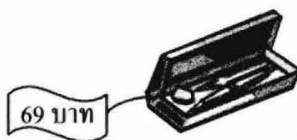
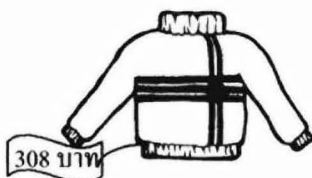
(9) $400.50 \div 5.05 = 7930693$

(10) $5.796 \div 0.95 = 61010526$

ตัวอย่างการใช้คำถามเพื่อพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนในเรื่องต่าง ๆ

1. 10 โกลี่ 7 หรือโกลี่ 20
2. ใต้อะไรที่หนักที่สุดในมือของนักเรียนมากที่สุด ได้กี่เหรียญ
3. ผลคูณของ 12.4×3.2 ควรโกลี่จำนวนใดมากที่สุด 43.48 57.48 39.68 หรือ 49.48
4. ถ้าเด็กอายุ 5 ขวบ สูง 120 เซนติเมตร เขาจะสูงสักเท่าใดเมื่ออายุ 20 ปี
5. อะไรจะเกิดขึ้นถ้าเราบวก ลบ คูณ หรือหาร จำนวนหนึ่งกับอีกจำนวนหนึ่ง ถ้าจำนวนสองจำนวนคูณกัน ผลลัพธ์จะเพิ่มขึ้นเสมอไปหรือไม่
6. มีวิธีการใดที่รวดเร็วในการหาผลบวกของ 18 กับจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
7. เสื้อราคาตัวละ 119 บาท กางเกงราคาตัวละ 160 บาท รองเท้าราคาคู่ละ 250 บาท ถ้านักเรียนมีเงิน 500 บาท นักเรียนจะซื้อได้ทั้งสามอย่างหรือไม่
8. มีจำนวนอะไรบ้างอยู่ระหว่าง 5×6 และ 5×7
มีจำนวนอะไรบ้างอยู่ระหว่าง 4×8 และ 4×9
9. กำหนด 0.1 0.7 0.3 0.9 0.4 0.8
ทศนิยมใดมีค่ามากกว่า 0.5 และทศนิยมใดมีค่าน้อยกว่า 0.5
หลังจากนั้น ให้นักเรียนเรียงลำดับจำนวนจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อย
10. กำหนด 0.29 0.71 0.36 0.62 0.84 0.17
ทศนิยมใดมีค่ามากกว่า 0.50 และทศนิยมใดมีค่าน้อยกว่า 0.50
หลังจากนั้น ให้นักเรียนเรียงลำดับจำนวนจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อย
11. จำนวนใดมีค่ามากกว่า นักเรียนทราบได้อย่างไร
0.45 หรือ 0.6
0.4 หรือ 0.45
0.8 หรือ 0.7
0.26 หรือ 0.2
0.4 หรือ 0.40
12. ทศนิยมต่อไปนี้เกี่ยวข้องกับอย่างไร จงให้เหตุผล
0.7 กับ 0.70
0.3 กับ 0.30
13. ให้นักเรียนพิจารณาทศนิยมที่มีค่าโกลี่ 0.8 และ 0.80 แล้วบอกครูชื่อนักเรียนนี้ถึงจำนวนใดบ้าง

14. ให้นักเรียนหาเศษส่วนอย่างน้อยสองจำนวนที่อยู่ระหว่าง $\frac{3}{5}$ และ $\frac{7}{10}$
15. หัวใจของมนุษย์เต้นเฉลี่ยประมาณ 70 ครั้งต่อนาที ดังนั้น หัวใจมนุษย์เต้นเฉลี่ยมากกว่าหรือน้อยกว่า 1,000,000 ครั้งต่อหนึ่งสัปดาห์ ให้อธิบายคำตอบของนักเรียน
16. ให้นักเรียนแสดงเศษส่วนที่อยู่ระหว่าง $\frac{1}{2}$ และ 1 นักเรียนจะแสดงอย่างไร
17. ให้นักเรียนแสดงเศษส่วนที่น้อยกว่า $\frac{2}{3}$ นักเรียนแสดงจำนวนใด เพราะเหตุใด
18. บอกจำนวนที่อยู่ระหว่าง 6 และ 9
19. บอกจำนวนที่อยู่ระหว่าง 60 และ 90
20. บอกจำนวนที่อยู่ระหว่าง 600 และ 900
21. บอกเศษส่วนระหว่าง $\frac{1}{4}$ และ $\frac{1}{2}$
22. บอกเศษส่วนระหว่าง $\frac{7}{8}$ และ 1
23. ให้นักเรียนบอกจำนวนที่อยู่ระหว่าง 0.6 และ 0.7
24. ให้นักเรียนดูรูป แล้วตอบคำถาม



- (1) นักเรียนมีเงินอยู่ 350 บาท นักเรียนจะซื้อเสื้อ และ ไม้บรรทัดได้หรือไม่ ให้อธิบาย
- (2) ถ้านักเรียนมีเงิน 150 บาท นักเรียนจะซื้ออะไรได้บ้างจนเงินหมด หรือเงินเกือบจะหมด

- (3) ถ้านักเรียนมีเงิน 750 บาท นักเรียนใช้เงินไปแล้ว 289 บาท นักเรียนจะมีเงินเหลือพอที่จะซื้อกางเกงหรือไม่
 - (4) นักเรียนตั้งใจซื้อกล้องดินสอราคา 69 บาท กางเกงราคา 435 บาท เครื่องเลาดินสอราคา 458 บาท และไม้บรรทัดราคา 35 บาท แล้วเปลี่ยนใจต้องการกระโปรงราคา 510 บาท นักเรียนจะต้องนำของสองชิ้นใดไปแลกกระโปรง
 - (5) ถ้านักเรียนมีเงิน 350 บาท จะซื้อของสองชิ้นเป็นอะไรได้บ้าง ซื้อของสามชิ้นอะไรได้บ้าง ซื้อของสี่ชิ้นอะไรได้บ้าง
 - (6) นักเรียนคิดว่าราคาสິงของที่ขายในโรงเรียนแพงหรือไม่ ให้อธิบาย
 - (7) ให้เปรียบเทียบราคาที่ขายในโรงเรียนกับราคาในห้างสรรพสินค้า ถ้านักเรียนมีทางเลือก จะซื้อของลดราคาในห้างสรรพสินค้าหรือในโรงเรียน เพราะเหตุใด
-

บรรณานุกรม

- นพพร แหยมแสง. การพัฒนาสำนึกเกี่ยวกับจำนวนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2
ปริชญานิพนธ์ กศศ. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2544. อัดสำเนา.
- Burn , Marilyn. "How I Boost My Students' Number Sense," Instructor. 106 (7) : 49 – 55;
April , 1997.
- Burton , Grace M. and others. "Number Sense and Operation," Curriculum and
Evaluation Standards for School Mathematics Addenda series Grades K – 6.
Verginia : The National Council of Teachers of Mathematics , 1994.
- Chesney , Jane and Biddulph , Fred "Number Sense," in Mathematics Education :
A Handbook for Teachers edited by Jim Neyland . Wellington : The Wellington
College of Education, 1994.
- Greeno, J.G. "Number Sense as Situated Knowing in A Conceptual Domain,"
Journal for Research in Mathematics Education. : 22 (3) : 170 - 218 ; May, 1991.
- Hope, J. "Promoting Number Sense in School" Arithmetic Teacher. 36 (6) : 12 – 16 ;
February ,1989
- Howden , H "Teaching Number Sense," Arithmetic Teacher. 36(6): 6 – 11 ; February ,
1981.
- Kroll , Diana L. and Lester , Frank K. "Evaluation," in Developing Number
Sense in the Middle Grades." edited by Curcio F.R. 4th p. 50 – 54 Verginia :
The National Council of Teachers of Mathematics. , 1992.
- National Council of Teachers of Mathematics. Curriculum and Evaluation standards for school
mathematic. Reston. Va. : The National Council of Teachers of Mathematics, 1989.
- Reys , Barbara J. and others. "Developing Number Sense in the Middle Grades,"
Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. edited by Curcio F. R.
: The National Council of Teachers of Mathematics, 1992.
- Reys , Robert E. and others. "Early Development of Number Sense and Counting," in
Helping Children Learn Mathematics. 3rd ed. Boston : Simon & Schuster , 1992.
Mathematics Education. 26 (4) : 304 - 326 ; July , 1995.

- Sowder , Judith T. "Estimation and Number Sense," in Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. A Project of The National Council of Teachers of Mathematics edited by Grouws , D.A. p 371 – 389 New York : Macmillan , 1992.
- Sowder , J. T. , & Kelin , J. "Number Sense and Related Topics," in Research Ideas for the Classroom : Middle Grades Mathematics. edited by Owen , D. p. 41 – 57 New York : Macmillan , 1993.
- Thompson , Charles S. "Number Sense and Numeration in Grade K – 8," in Implementing The K - 8 Curriculum and Evaluation Standard : (Reading from the Arithmetic Teacher) edited by Thomas E. Rowan and Lorna J. Verginia : The National Council of Teachers of Mathematics. , 1993.
- Trafton, Paul R. "Estimation and Mental Arithmetic Importance Components of Computation," in Developing Computation Skill. Verginia : The National Council of Teachers of Mathematics. , 1978.
- Walle, J.V.D. and Watkins, K.B. . "Early Development of Number Sense," Research Ideas For the Classroom Early Childhood Mathematics. edited by Robert, J. J. p. 127 – 150. New York. : Macmillan Publishing. , 1993.

ผู้กร่าง

รศ.ดร.นพพร แหยมแสง

มหาวิทยาลัยรามคำแหง

คณะกรรมการดำเนินงาน

รศ.ดร.นพพร แหยมแสง

นายนิรันดร์ ตัณฑชัย

นายประพนธ์ จำเริญญ

นายฉัฐ จันเข้ม

นางลำพอง จันทรรถาวร

นางชนันฑิตา ฉัตรทอง

นางอรุณี ศิริปิ่น

นางลัดดา เสือสืบพันธุ์

นายสมเกียรติ เพ็ญทอง

นางสาวอาภาพร บุลศรี

มหาวิทยาลัยรามคำแหง

โรงเรียนวัดหงส์รัตนาราม

โรงเรียนสาธิต มศว. ประสานมิตร (ฝ่ายประถม)

โรงเรียนไซยฉิมพลีวิทยาคม

โรงเรียนวัดบางไกรนอก นนทบุรี

โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี)

โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี)

โรงเรียนสุวรรณารามวิทยาคม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

บรรณาธิการกิจ

ผศ.จากรุณี สุตะบุตร

นางเชอร์รี่ อยู่ดี



สำนักพัฒนาธุรกิจ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
924 ถ.สุขุมวิท เอกมัย เขตคลองเตย กรุงเทพฯ 10110
โทร. 0-2392-4021 ต่อ 3108 โทรสาร 0-2712-3609

